

4. MARÓSZERSZÁMOK TERVEZÉSE

A marás célja sík vagy összetett felületek megmunkálása az előírt felületi minőség, méret- és alakpontosság betartása mellett.

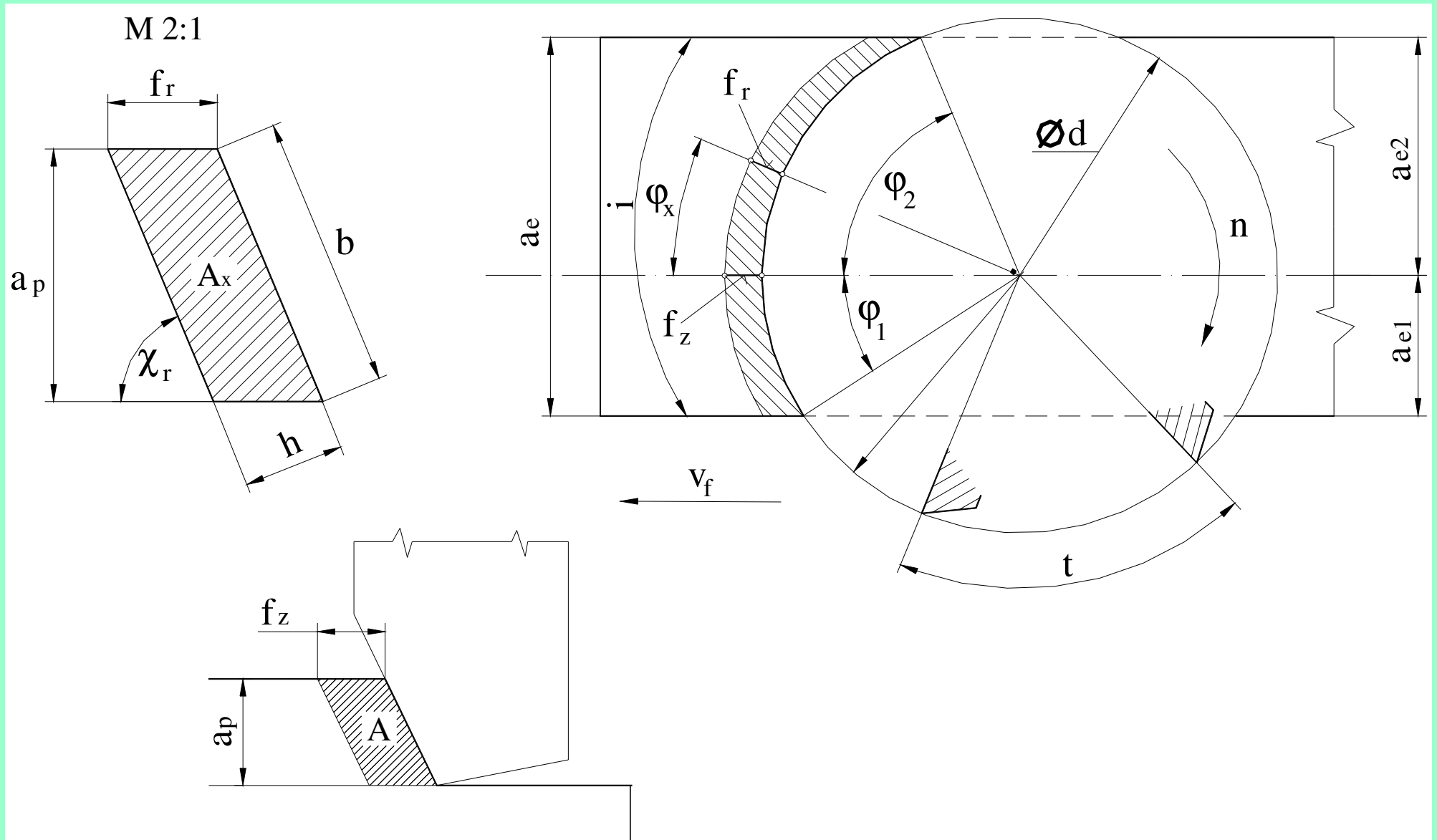
4.1. A megmunkálás jellemzői

- **az anyagleválasztás:** változó keresztmetszetű forgács, szakaszos,
- **a szerszám élei:** forgásfelületen, szabályosan helyezkednek el,
- **a főmozgás:** forgó, a szerszám végzi,
- **a mellékmozgás:** haladó,
 - párhuzamos a szerszám tengelyével,
 - merőleges a szerszám tengelyre,

- **a megmunkált felület:**
 - sík,
 - alakos,
 - összetett: – idommarás,
 - vezérelt marás,
- **a marás eljárásai szerint:**
 - palástmarás :
 - egyenirányú,
 - ellenirányú,
 - homlokmarás.

4.1.1. A homlokmarás forgácsolási viszonyai

A homlokmarás forgácsolási viszonyait a 4.1. ábrán szemléltetjük. Ebből látható, hogy a forgácskeresztmetszet a forgácsleválasztási ív mentén változó: legkisebb a belépés vagy a kilépés helyén, legnagyobb a marótengely irányába eső szimmetriasíkban. Itt jelentkezik az f_z egy fogra eső előtolás, ami a homlokmarásnak fontos forgácsolási jellemzője.



4.1. ábra

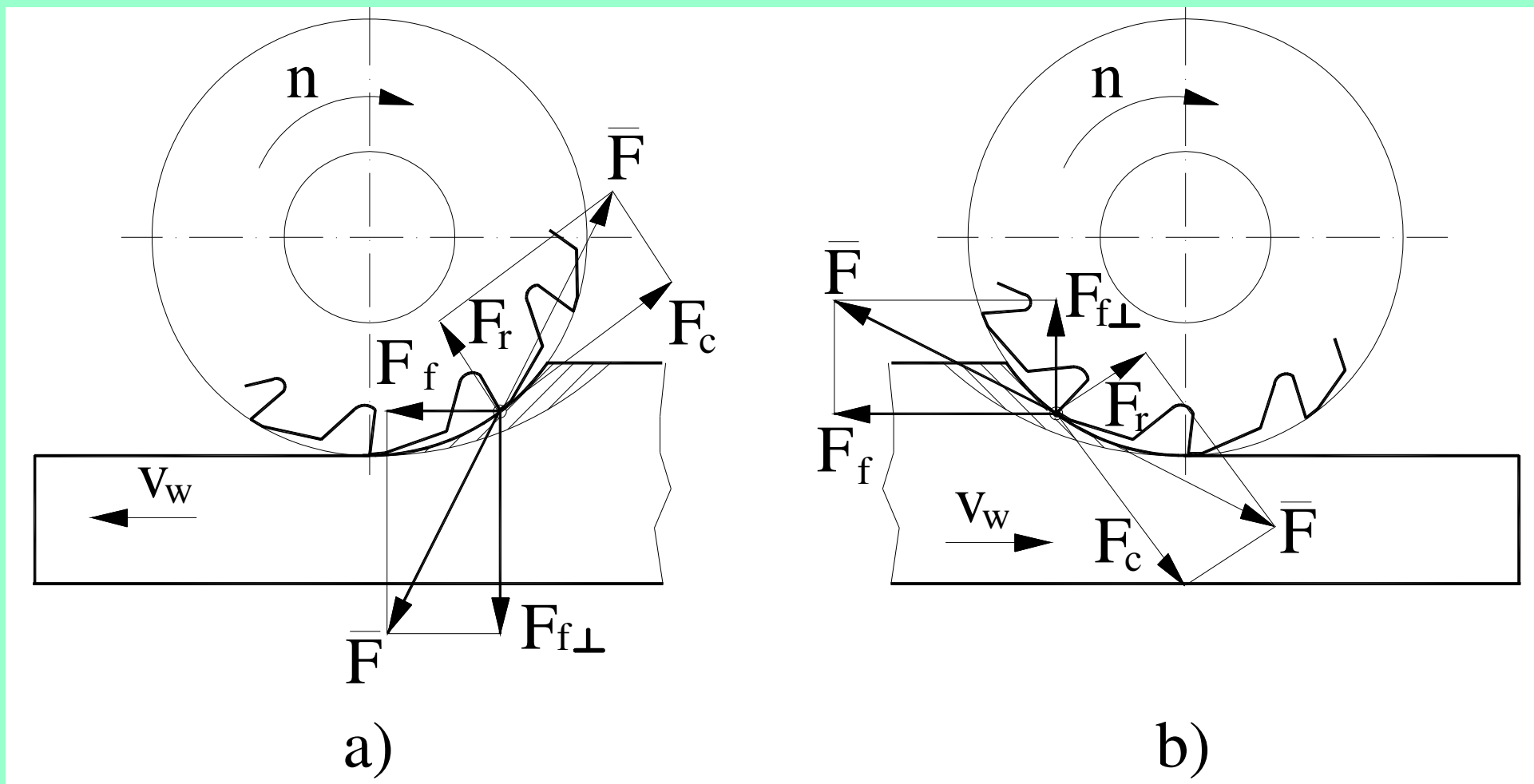
Homlokmarás forgácsolási viszonyai

4.1.2. A palástmarás forgácsolási viszonyai

A palástmarásnak két fajtája van: ellenirányú marás és egyenirányú marás (4.2. ábra).

Egyenirányú marásnál az F_f -komponens megegyező értelmű v_w -vel, s a munkadarabot az asztalmozgatás játékának megfelelően előretolja. Az $F_{f\perp}$ -komponens a darabot az asztalra szorítja (4.2.a. ábra).

Ellenirányú marásnál az F_f -komponens ellentétes értelmű v_w -vel, ezért az asztalmozgás játéka szempontjából nincs káros hatás. Az $F_{f\perp}$ -komponens viszont a munkadarabot felemelni igyekszik (a darab rezgésbe jöhet), (4.2.b. ábra).



4.2. ábra *A palástmarás fajtái*

a) egyenirányú b) ellenirányú palástmarás

4.1.3. A marók alak szerinti csoportosítása

- palástmarók,
- homlokmarók,
- ujjmarók,
- hosszlyukmarók,
- tárcsamarók,
- fűrész tárcsák,
- idommarók,
- menetmarók,
- lefejtőmarók.

4.1.4. A marók forgácsolóél kivitele szerinti csoportosítása

- mart fogazású,
- hátraesztergált fogazású,
- lapkás és betétkéses.

4.1.5. A marók szerszámmél anyaga szerinti csoportosítása

- ötvözött szerszámacél,
- gyorsacél,
- keményfém,
- kerámia,
- szuperkemény anyagú.

4.2. Geometriai jellemzők, a maró részei

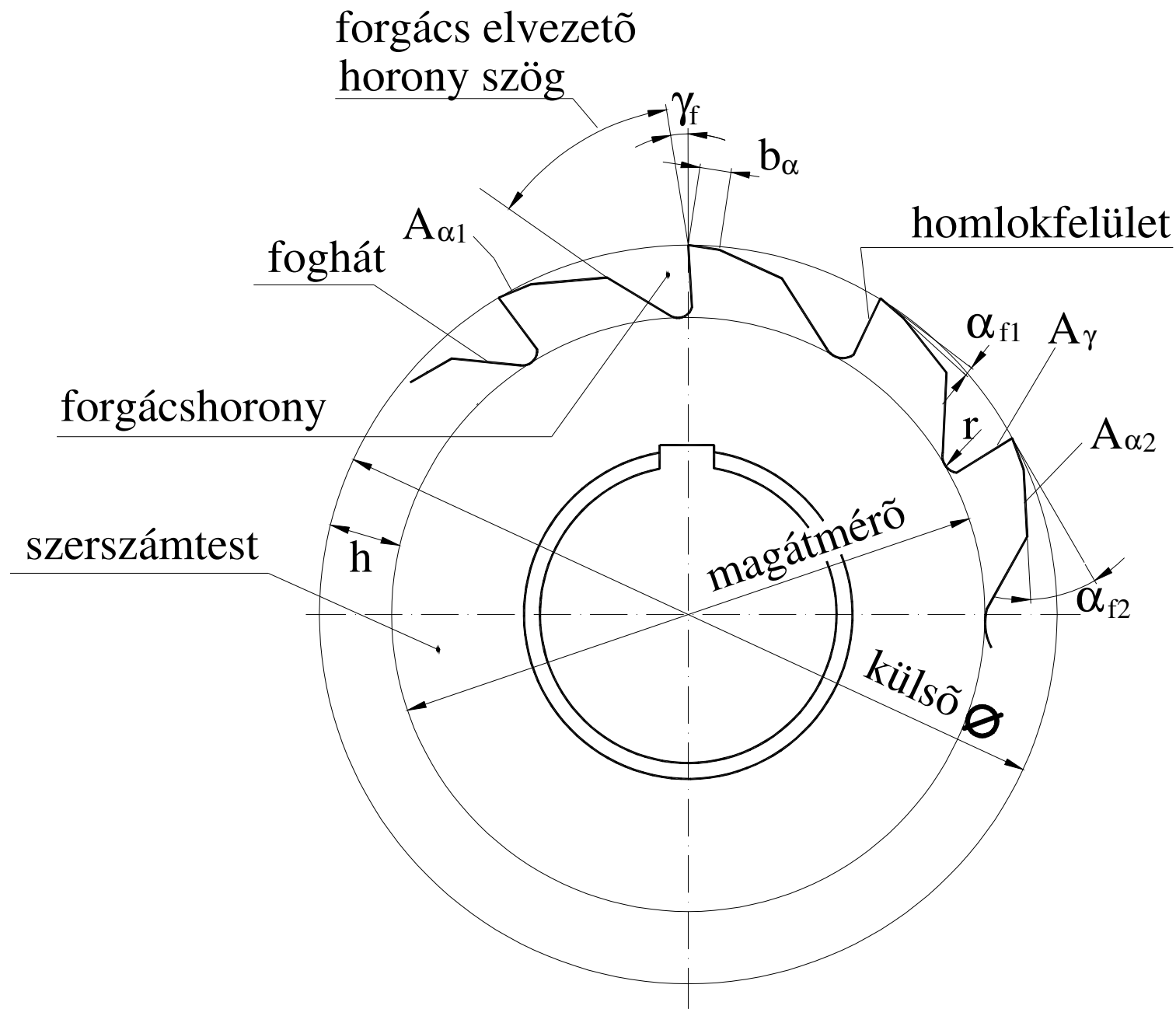
4.2.1. Élszögek értelmezése a palástmarókon

- élre merőleges metszetben (normál γ_n, α_n),
- a szerszám tengelyére merőleges metszetben (sugárirányú szögek),
- a szerszám tengelyével párhuzamos metszetben.

Sugárirányú szögek a szerszám tengelyére merőleges metszetben (P_f sík) $\alpha_f ; \beta_f ; \gamma_f$

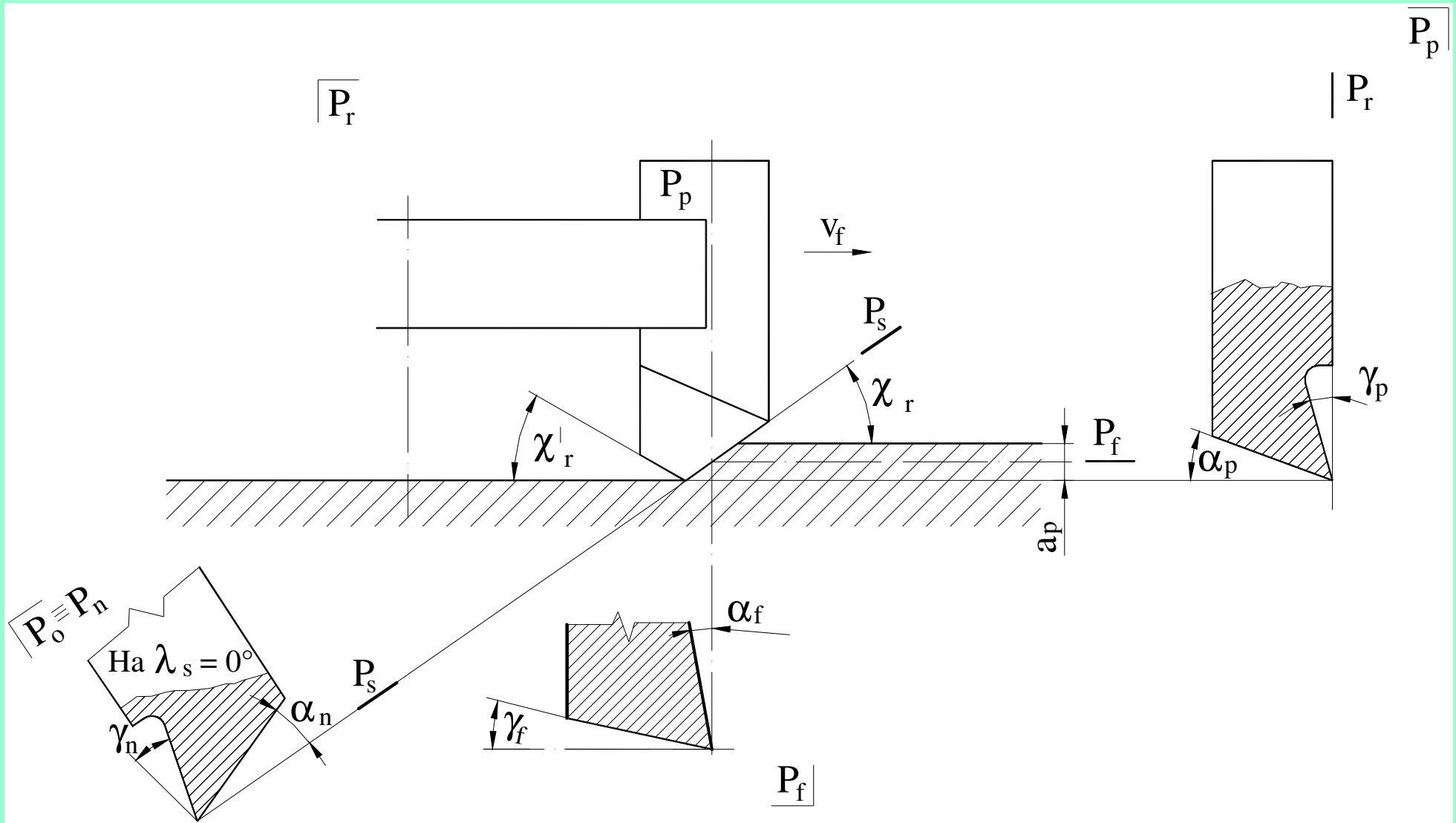
Tengelyirányú szögek (P_p síkban): $\alpha_p ; \beta_p ; \gamma_p$

Csavart élű szerszámnál az emelkedési szög $\lambda_s \gamma_p$



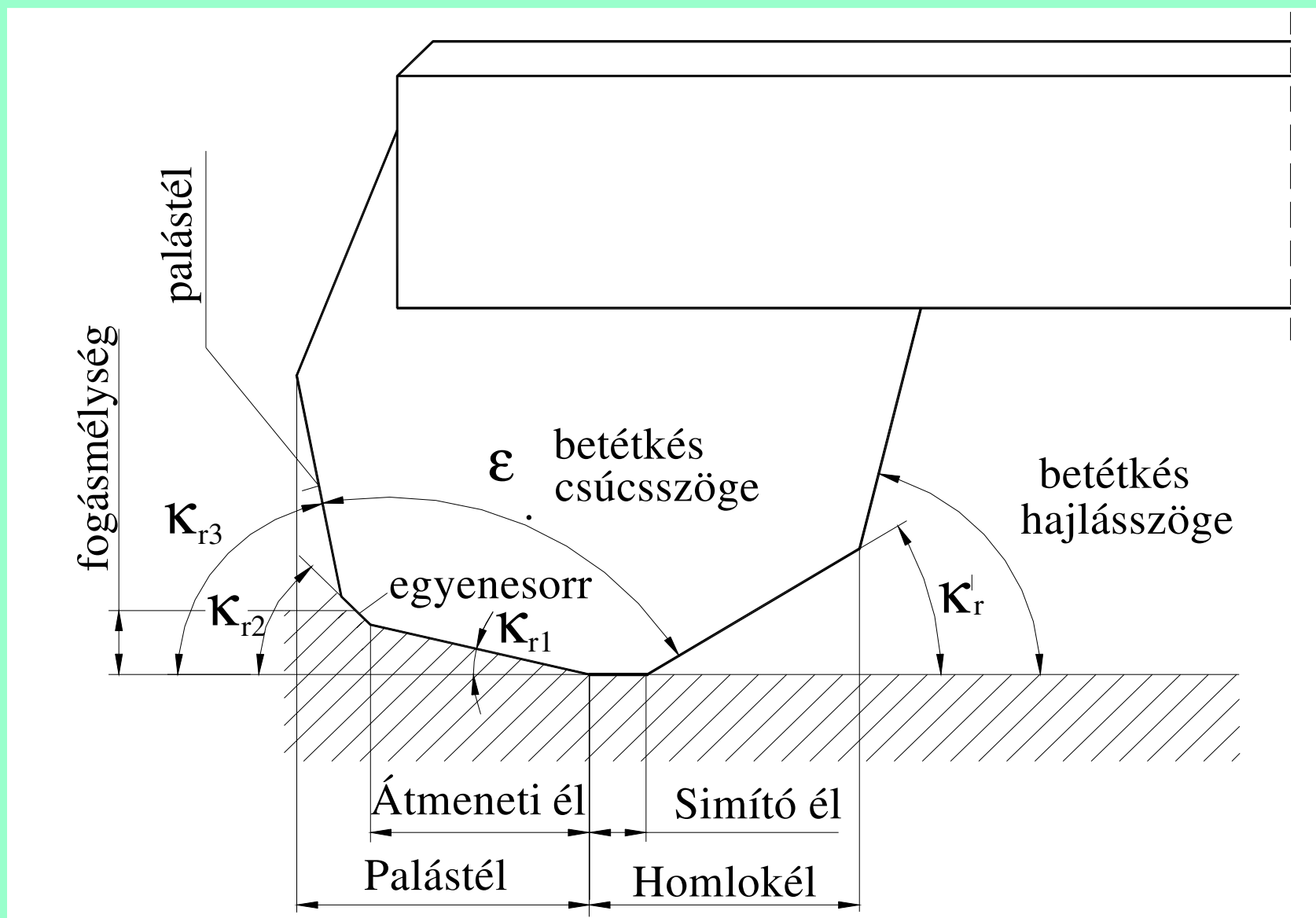
Palástmaró felületei és élszögei a P_f síkban

4.2.2. A homlokmarók élszögei



4.4. ábra *Betétkéses homlokmaró élszögei, forgácsolási viszonyai*
 Miskolci Egyetem, Gyártástudományi Intézet, Prof. Dr. Dudás Illés

- a homlokmarók jellemzői:



4.5. ábra *Betétkés dolgozó részének kialakítása*
 Miskolci Egyetem, Gyártástudományi Intézet, Prof. Dr. Dudás Illés

A különböző síkmetszetekben mért élszögek egymással összefüggnek (trigonometrikus összefüggésekkel meghatározhatóak).

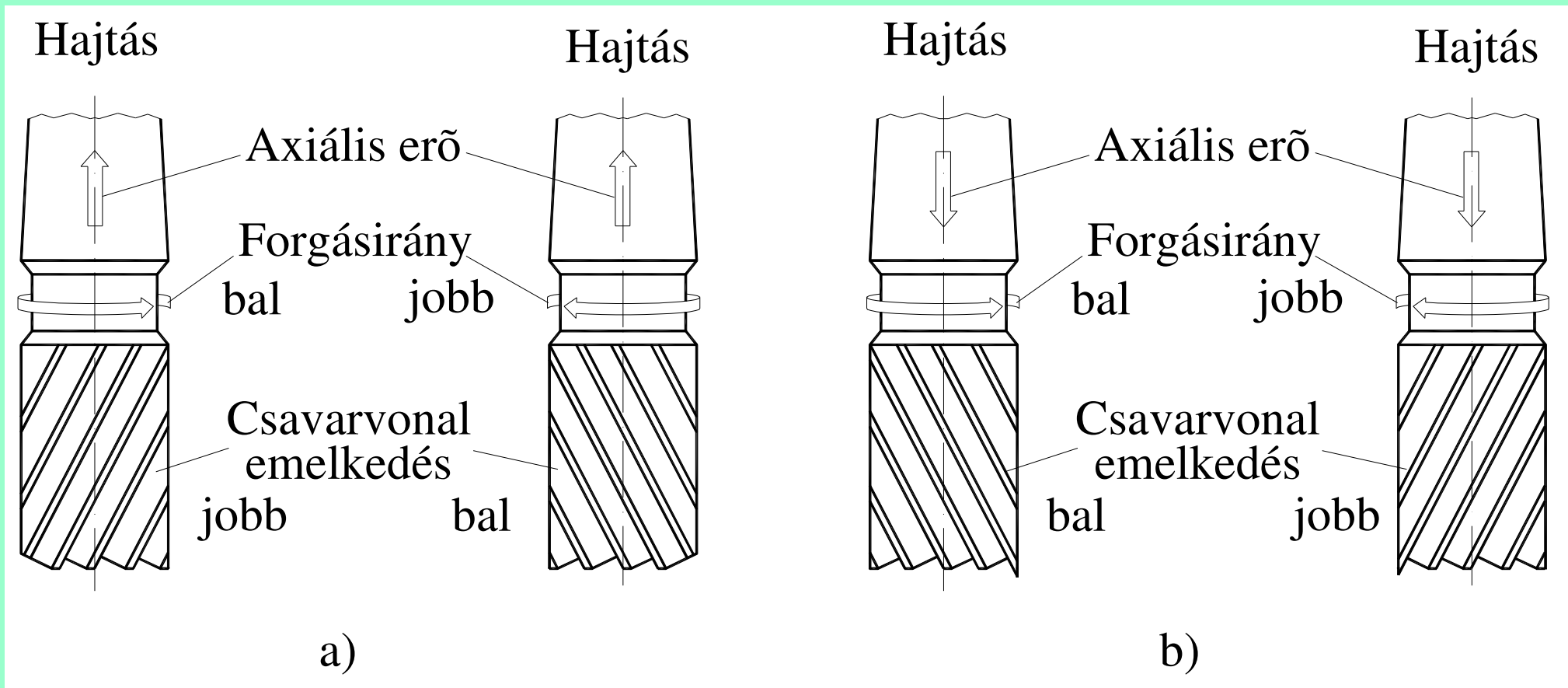
4.2.3. Működésre jellemző irányok

Meghajtás felől nézve:

- jobbos
 - balos
- } forgásirány

Fogemelkedésre nézve:

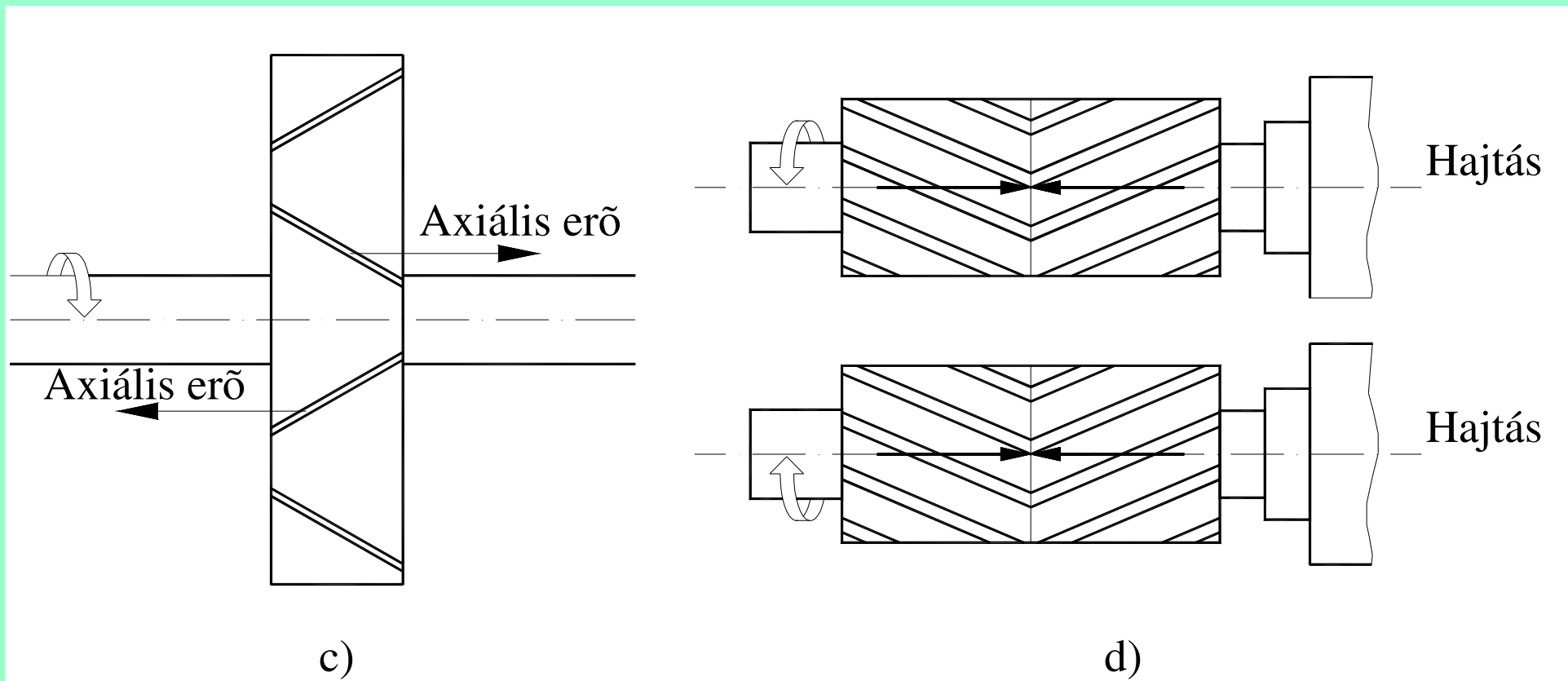
- jobbos
 - balos
- } fogferdeség



4.6. ábra *Tengelyirányú erőhatások különböző marók esetén*

a) Az axiális forgácsoló erő a maró befogását erősíti

b) Az axiális forgácsoló erő a maró befogását gyengíti



4.6. ábra *Tengelyirányú erőhatások különböző marók esetén*
 a) *Az axiális forgácsoló erő váltakozó irányú*
 b) *Az axiális forgácsoló erő kiegyenlített*

4.3. Maró tervezésénél, megválasztásánál figyelembe veendő irányelvek

4.3.1. A marószerszámok tervezésének szempontjai

- anyagának, alakjának, méretének megválasztása gazdaságos legyen,
- éltartam-optimumra kell törekedni,
- max. forgácsteljesítménnyel dolgozzon a szerszám,
- biztosítsa az előírt R_a -t és IT-t a szerszám.

Fogszám és átmérő megválasztása:

- kapcsolódási számból 2,
- táblázatból,
- empirikus összefüggéssel,
- forgácsolási teljesítményből.

Sűrű fogazat esetén:

- nehezebb a marót elkészíteni,
- csökken a forgácstér,
- csökken a forgácstő szilárdsága.

Megoldás az előzőekre:

- a kapcsolószám nő,
- nagyobb lesz a forgácstér,
- forgácstő szilárdsága javul,
- csökkenthető a maró átmérője,
- a gyártási költségek csökkennek,
- egyenletesebb a maró terhelése.

Az átmérő az adott körülmények között a lehető legkisebb legyen:

- csökken a nyomaték,
- a fog geometriai méreteinek kialakítása határt szab,
- alakos maróknál az átmérőt a profil is befolyásolja.

Maró befogó elemek:

- külső forgásfelületen,
- belső forgásfelületen,
- hengeres forgásfelületen,
- kúpos forgásfelületen,
- súrlódás révén,
- ékkötés, retesz-kötés révén lehet a marót befogni.

4.3.2. A forgácsoló erő meghatározása palástmarásnál

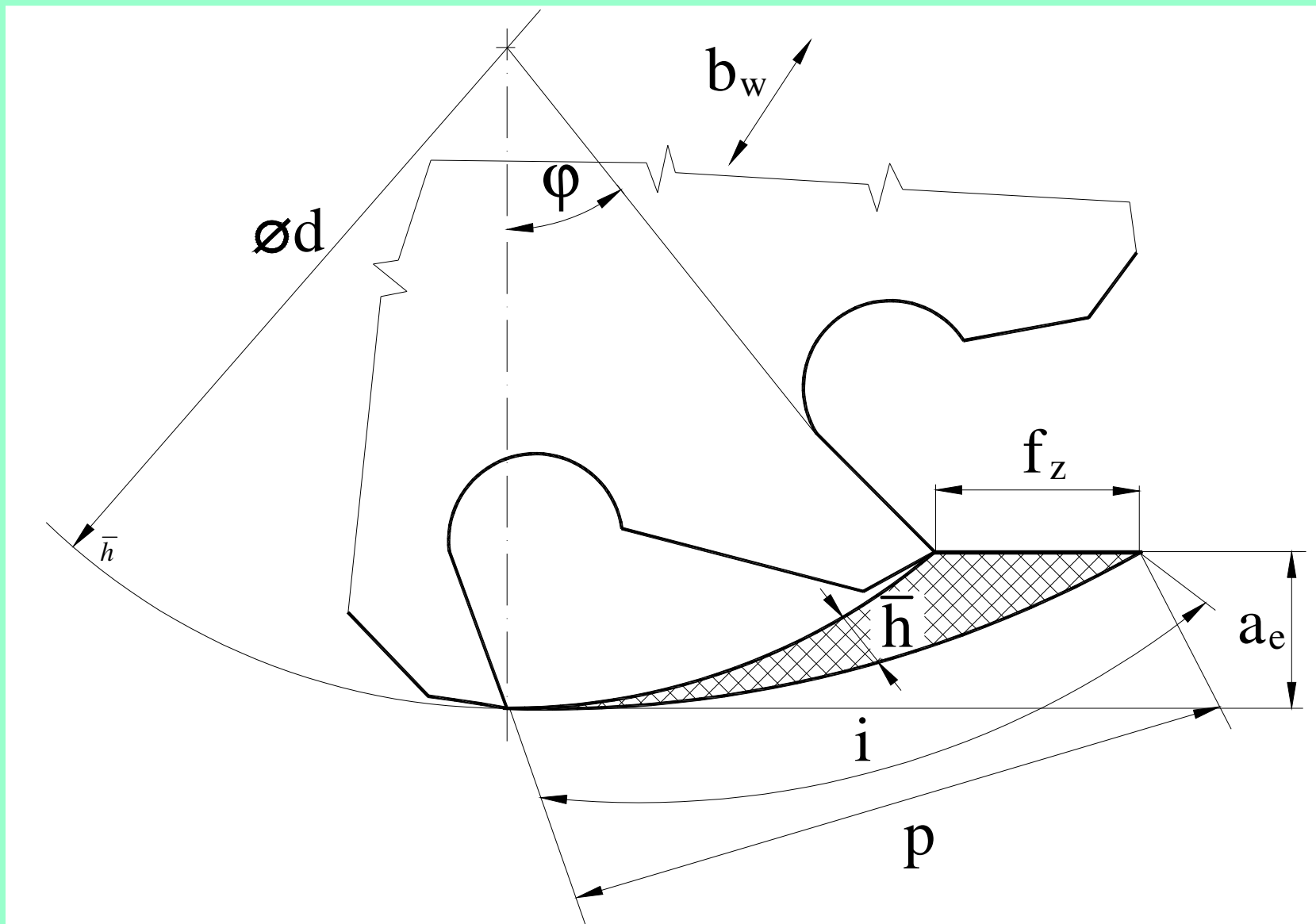
A szerszám méretezéséhez a maximális forgácsoló erő ismerete szükséges, amelyet a fajlagos forgácsoló erővel határozunk meg.

Ehhez meg kell határoznunk a közepes forgácsvastagságot (4.7. ábra):

–forgácsolási keresztmetszetből:

$$\bar{h} \cdot i \cdot b_w = a_e \cdot f_z \cdot b_w$$

$$\bar{h} = \frac{a_e \cdot f_z}{i} \quad (4.1)$$



4.7. ábra

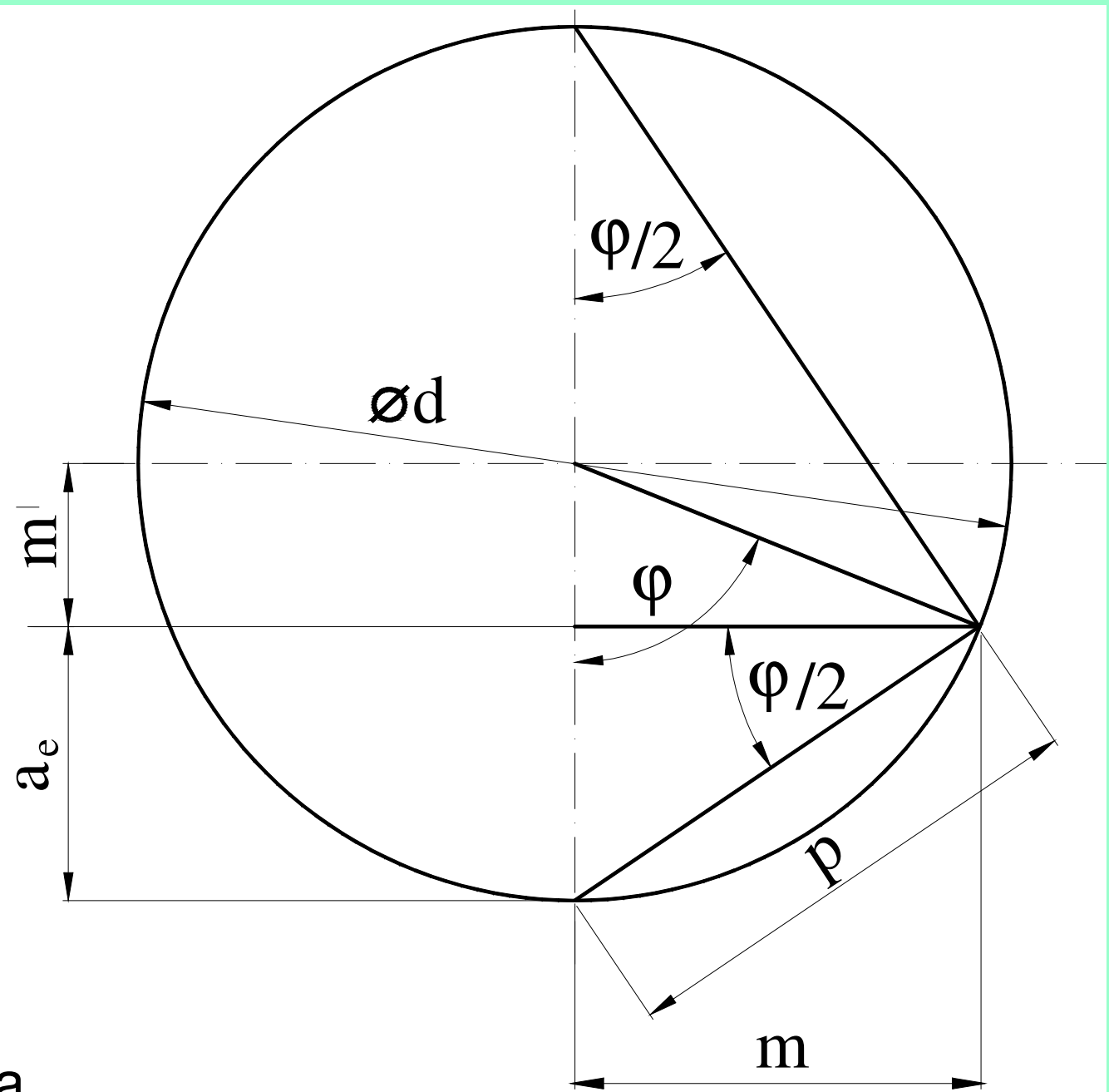
Közepes forgácsvastagság értelmezése

Ha $\varphi < 30^\circ$ kis fogásmélységnél

$$p \approx i$$

$$p = \sqrt{a_e \cdot d} \quad (4.2)$$

$$\bar{h} = f_z \sqrt{\frac{a_e}{d}} \quad (4.3)$$



4.8. ábra

Értelmezések $\varphi > 30^\circ$ esetén

–a közepes főforgácsoló erő egy élre, illetve a szerszámra:

$$F_{c1} = k_c \cdot A_z = k_c \cdot b_w \cdot \bar{h} = k_c \cdot f_z \cdot b_w \cdot \sqrt{\frac{a_e}{d}}$$

$$F_c = F_{c1} \cdot \Psi \quad (4.4)$$

ahol a kapcsolódási szám:

$$\Psi \cong \frac{p}{t} = \frac{z \sqrt{a_e \cdot d}}{d \cdot \pi} = \frac{z}{\pi} \sqrt{\frac{a_e}{d}} \quad (4.5)$$

így:

$$F_c = k_c \cdot a_e \cdot f_z \cdot b_w \cdot \frac{z}{d\pi} \quad (4.6)$$

Nagy fogásmélység esetén (4.8. ábra) $p \neq i$. Ilyenkor a számítást a forgácshosszal (i) kell elvégezni.

$$i = \frac{d}{2} \widehat{\varphi}, \quad i = \frac{\pi d}{360^\circ} \varphi^\circ \quad (4.7)$$

$$\bar{h} = \frac{f_z a_e}{i} = \frac{f_z a_e 360^\circ}{d \pi \varphi^\circ} \quad (4.8)$$

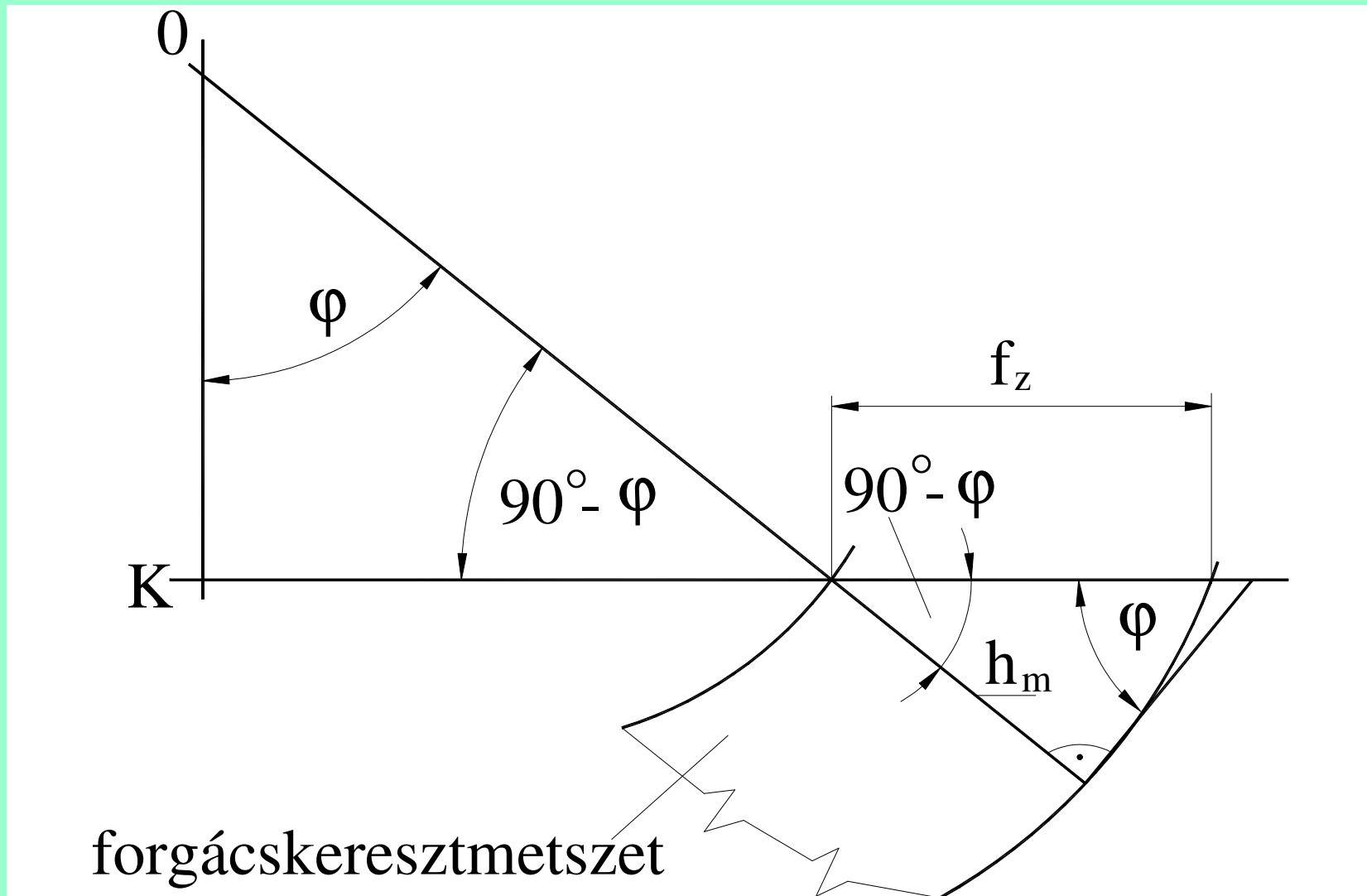
$$\sin \varphi = \frac{2m}{d} = \frac{2\sqrt{da_e^2 - a_e^2}}{d} = 2\sqrt{\frac{a_e}{d} - \frac{a_e^2}{d^2}} \quad (4.9)$$

$$h_m = f_z \sin \varphi^\circ \quad (4.10)$$

$$F_{c1 \max} = k_c f_z b_w 2\sqrt{\frac{a_e}{d} - \frac{a_e^2}{d^2}} \quad (4.11)$$

$$F_{c1 \max} \cong 2 \cdot F_{c1} \quad (4.12)$$

mivel a $\left(\sqrt{\frac{a_e}{d} - \frac{a_e^2}{d^2}} \right)$ közelítőleg egyenlő $\sqrt{\frac{a_e}{d}}$ -vel.



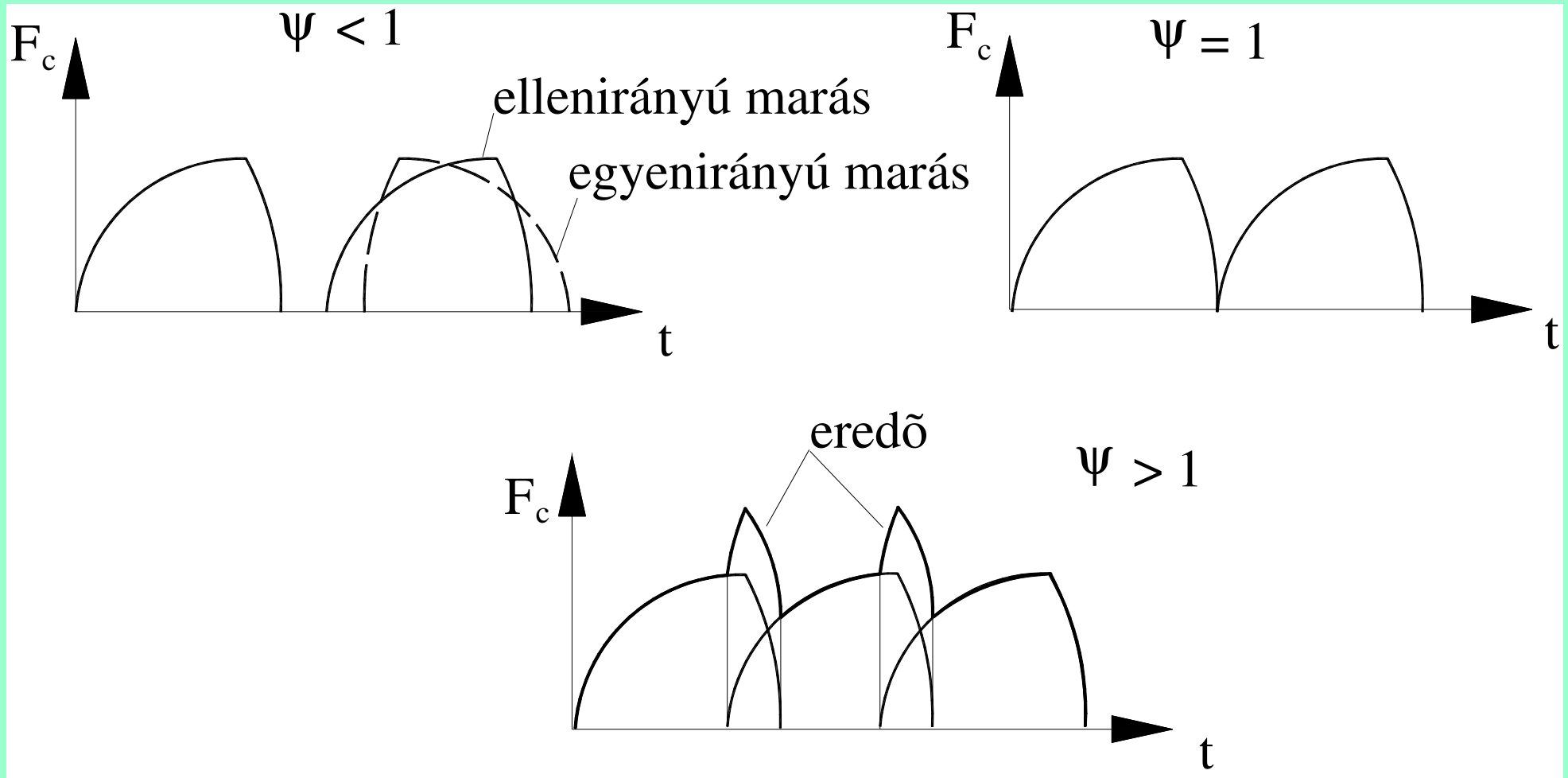
4.9. ábra *Értelmezések nagy fogásmélység esetén*

Az erőingadozást jól mutatja a kapcsolószám (ψ) függvényében a 4. 10. ábra. Az erőkiegyenlítés célja, hogy a maró egyenletesebb terhelésével jobb felületminőséget kapjunk.

A forgácsleválasztáshoz szükséges teljesítmény:

$$P_c = \frac{F_c \cdot v_c}{60 \cdot 10^3} \quad (\text{kW}) \quad (4.13)$$

Erőingadozás :



4.10. ábra *Erőingadozás palástmarásnál a ψ függvényében*

4.3.3. Szabványos palástmarók

- Egyenes élű,
- csavarvonal élű.

A 4.11. ábrán egy ferdeélű (csavarvonal élű) palástmaró látható.

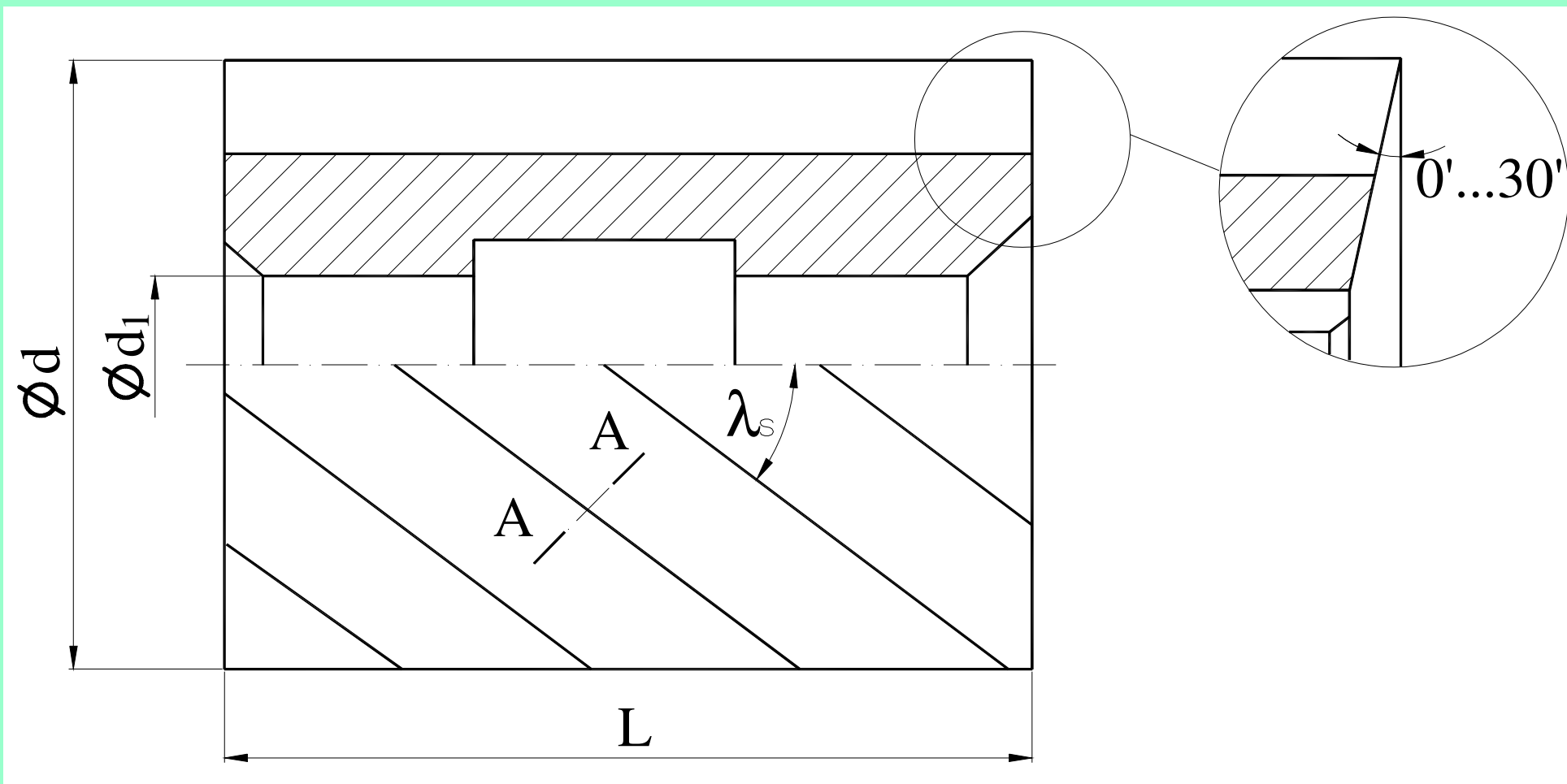
$$\lambda_s = 20^\circ, 45^\circ$$

$$d = 40 \div 100 \quad [\text{mm}]$$

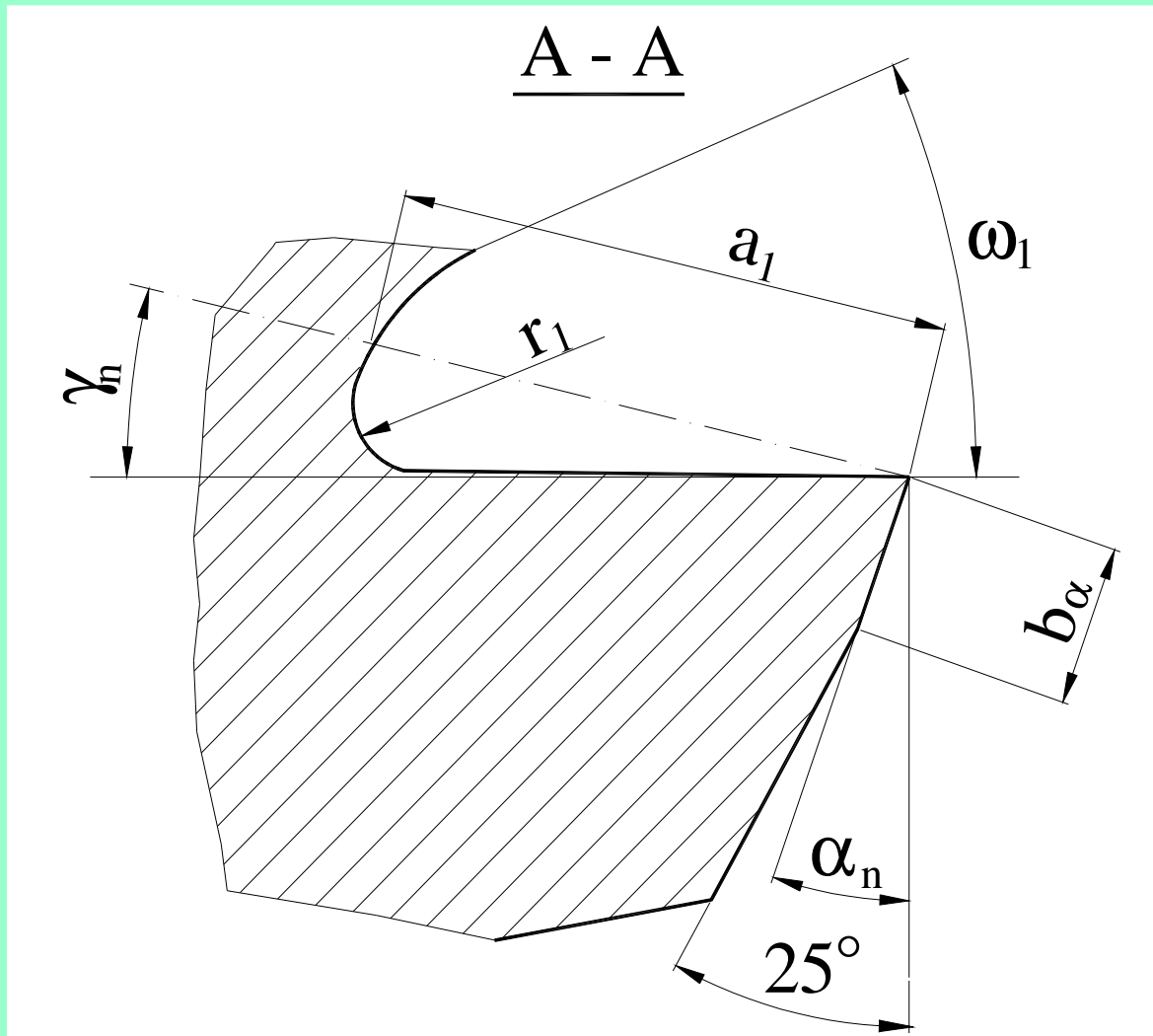
$$L = 25 \div 160 \quad [\text{mm}]$$

$$d_1 = 22 \div 60 \quad [\text{mm}]$$

$$z = 10 \div 20$$



4.11. ábra
Ferdeélű palástmaró



$$a_1 = 6 \div 12.5 [\text{mm}]$$

$$b_\alpha = 0.8 \div 1.2 [\text{mm}]$$

$$r_1 = 2 \div 3 [\text{mm}]$$

$$\omega_1 = 45^\circ, 50^\circ$$

4.12. ábra

A marófog geometriája

Anyag- csoport	Megmunkálható anyag	<i>n</i>	<i>d</i>		
			50÷63	80÷100	125÷160
			<i>n</i>		
H	Acél; 700 N/mm szakítószilárdság felett Öv; HB > 210 felett	10°	8°	6°	4°
N	Acél; Rm < 700 N/mm Öv; HB < 210	15°	10°	8°	6°
W	Különösen lágy és szívós anyagok	25°	12°	10°	6°

Ferdeélű palástmarók élszögei

4.4. Fogak hát-, és homlokfelületének kialakítása

A palástmaró fogalakját a fellépő erőhatások és a konstrukciós lehetőségek befolyásolják. A fogak hát- és homlokfelületeit általában marással állítjuk elő. Az így előállított marókat martfogú maróknak nevezzük.

4.4.1. Martfogú marók

Előnyei:

- az egyszerű előállítás, újraélezés, beállítás, viszonylag nagy forgácsteljesítmény, kedvező élkiképzés. Rendkívül nagy előnye a martfogú maróknak továbbá, hogy készíthetők szerelt kivitelben is és így felhasználható a keményfém és kerámia lapka is,
- ez utóbbi szerszámanyagok felhasználása nemcsak az élettartamot növeli meg, hanem nagyobb forgácsolási sebesség beállítását is lehetővé teszi, ezáltal a felületi érdesség csökken és növekszik a forgácsteljesítmény.

Hátrányai:

- méretüket, alakjukat csak az első élezésig tartják meg,
- újraélezés után változik a maró mérete és alakja, amely korlátozza, sőt rendszerint kizárja a martfogú marók használatát pontos alakos felületek megmunkálása esetén.

Alakos felületek nagypontosságú megmunkálásához csak olyan szerszámok használhatók, amelyeknek szelvénye újraélezéskor nem változik. Erre a célra a hátraesztergált fogú marók felelnek meg.

A hátraesztergált fogak mellett az alábbi I., II., III., fogformákat szokásos kialakítani:

- a) sűrű fogú palástmarók (I. Fogalak) 4.13. ábra,
- b) a ritka fogú palástmarók (II. Fogalak) 4.14. ábra,
- c) parabola alakú palástmarók (III. Fogalak) 4.15. ábra.

a) Sűrű (fogazású) fogú palástmarók (I. Fogalak)

- általában egyenes éllel készülnek,
- kis termelékenységű,
- fogalak egyenes v. trapéz formájú,
- szabványos maróval alakítják ki a forgácsteret,
- szilárdsága nem a legjobb.

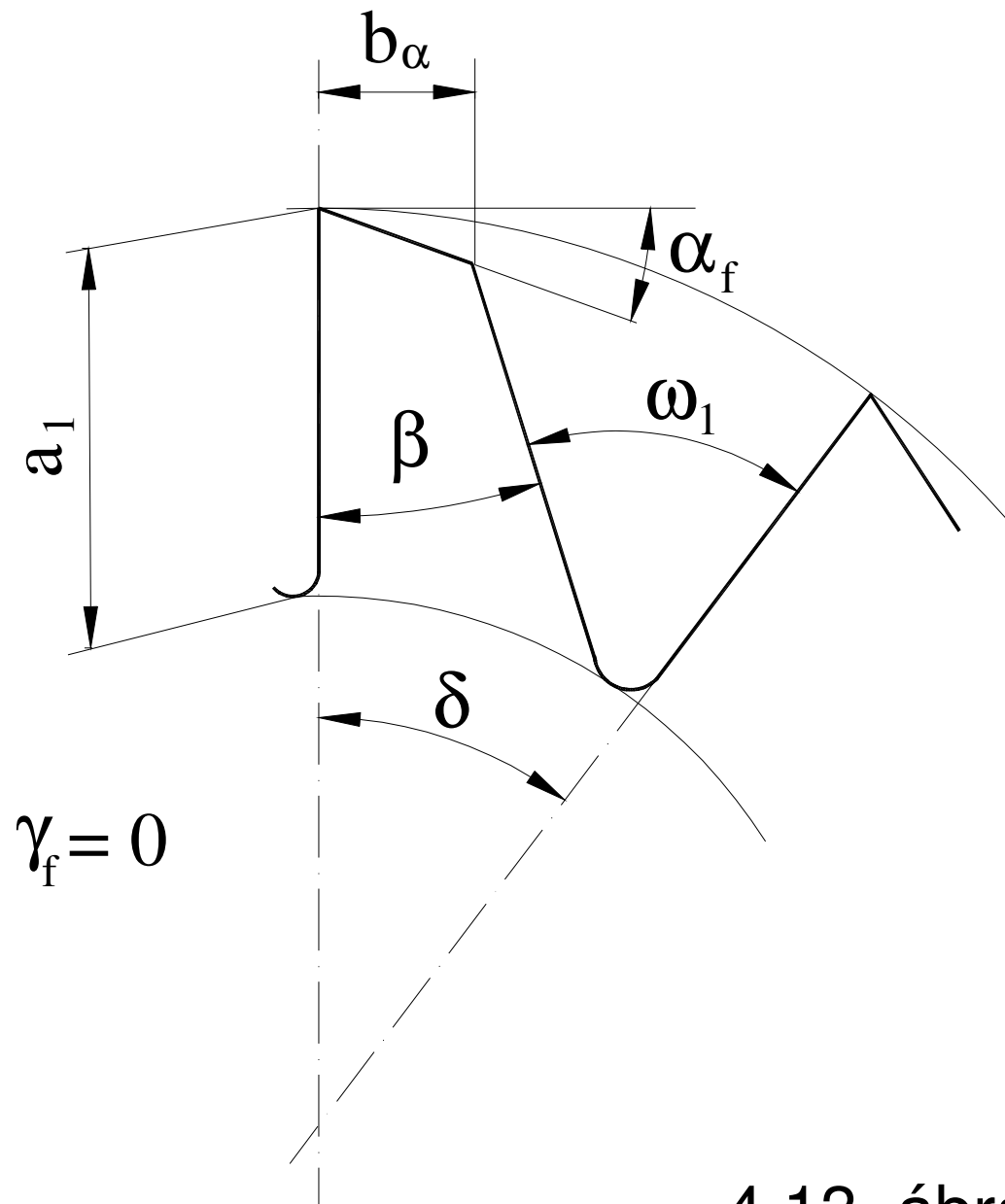
$\omega_1 = \delta + \beta$ - a profilmaró szöge a forgács-csatorna marásához,

$$\delta = \frac{360^\circ}{z} \quad \text{a maró fogosztás szöge}$$

$$\beta = 45^\circ \div 50^\circ$$

$$\gamma_f = 15^\circ$$

$$\beta_\alpha = 1 \div 2 \text{ [mm]}$$



4.13. ábra

Sűrű fogú palástmarók (I. Fogalak)

Ha a maró éle csavart, akkor a δ -t a z' -vel kell számítani:

$$z' = \frac{z}{\cos^3 \lambda_s} \quad (4.14)$$

ahol:

λ_s a palástél emelkedési szöge.

A λ_f , b_α és ω_1 ismeretében az a_1 fogmélység meghatározható a 4.13. ábra alapján.

b) Ritka fogú palástmarók (II. Fogalak)

–nagyteljesítményű, kettős hátfelülettel kell kialakítani

$$t = \frac{d\pi}{z} \quad \text{- fogosztás} \quad a_1 \text{ – fogmélység}$$

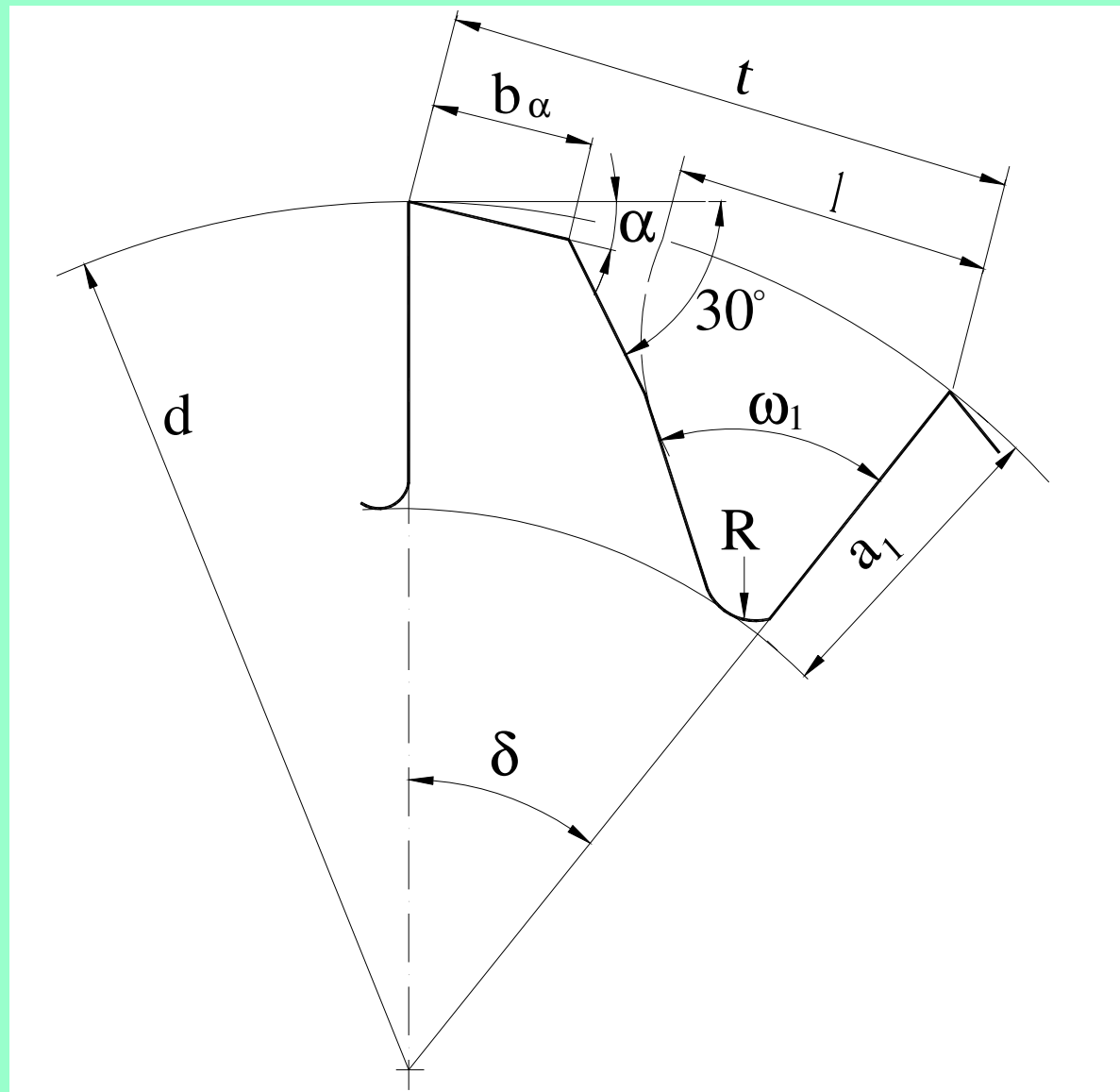
$$\lambda_s \leq 20$$

$$a_1 = 0.4t$$

$$R = 0.1t$$

$$l = 0.6t$$

$$b_\alpha = 0.6 \div 1.6 \text{ [mm]} \quad \omega_1 = 45^\circ, 55^\circ \quad d = (8 \div 12)a_1$$



4.14. ábra

Ritka fogú palástmarók (II. Fogalak)

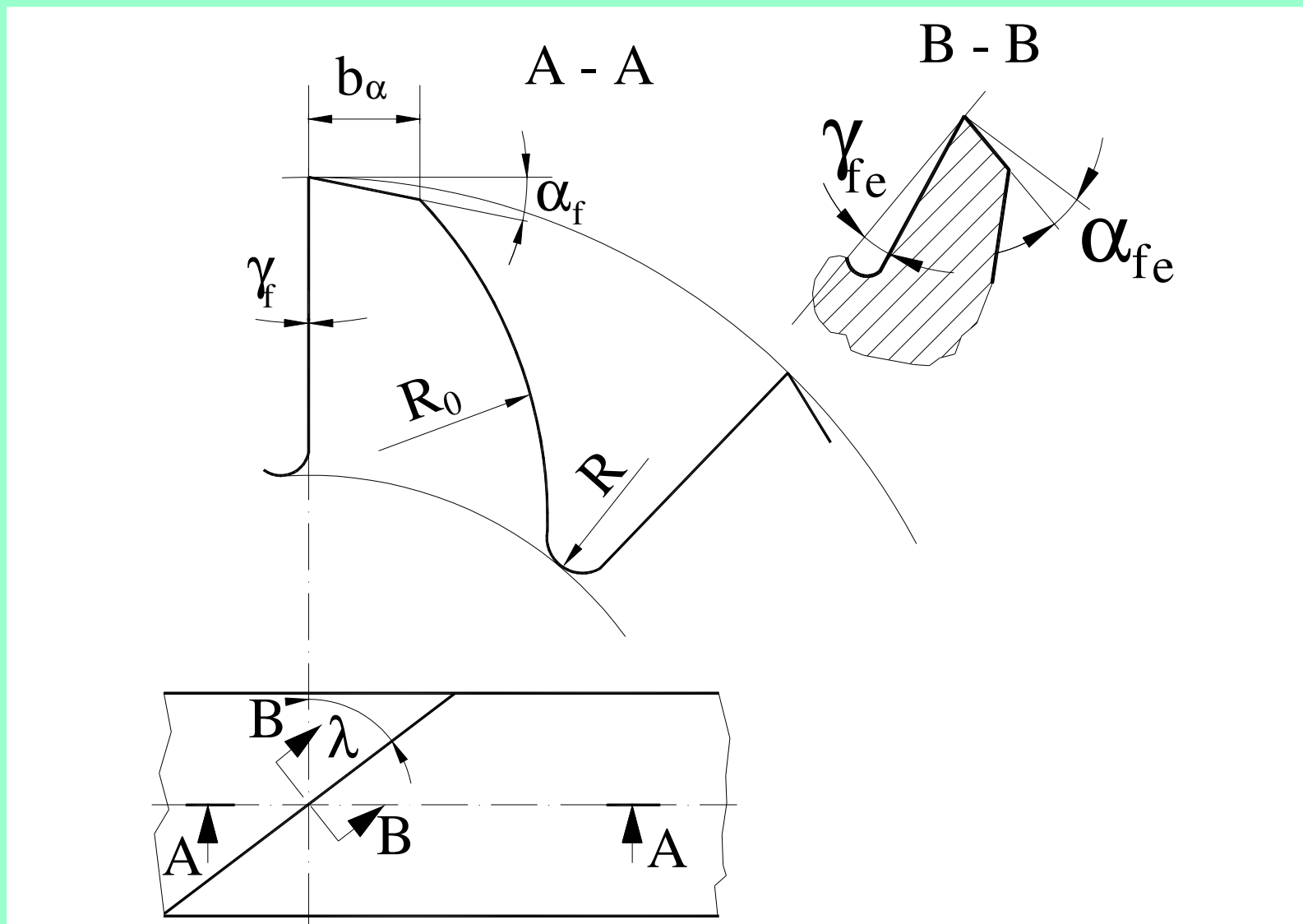
c) Parabola alakú (III. Fogalak)

- főleg könnyűfémek forgácsolására használjuk,
- a kis fogszám miatt a fogosztás igen nagy,
- a hátfelületet a 4.15. ábra szerint célszerű kialakítani,
- a fogárok marásához különleges profilú idommaró szükséges.

A működő szögek a csavarvonal λ_s emelkedésű szög függvényében:

$$\operatorname{tg} \gamma_{fe} = \frac{\operatorname{tg} \gamma_f}{\cos \lambda_s}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{fe} = \operatorname{tg} \alpha_f \cos \lambda_s \quad (4.15)$$



4.15. ábra

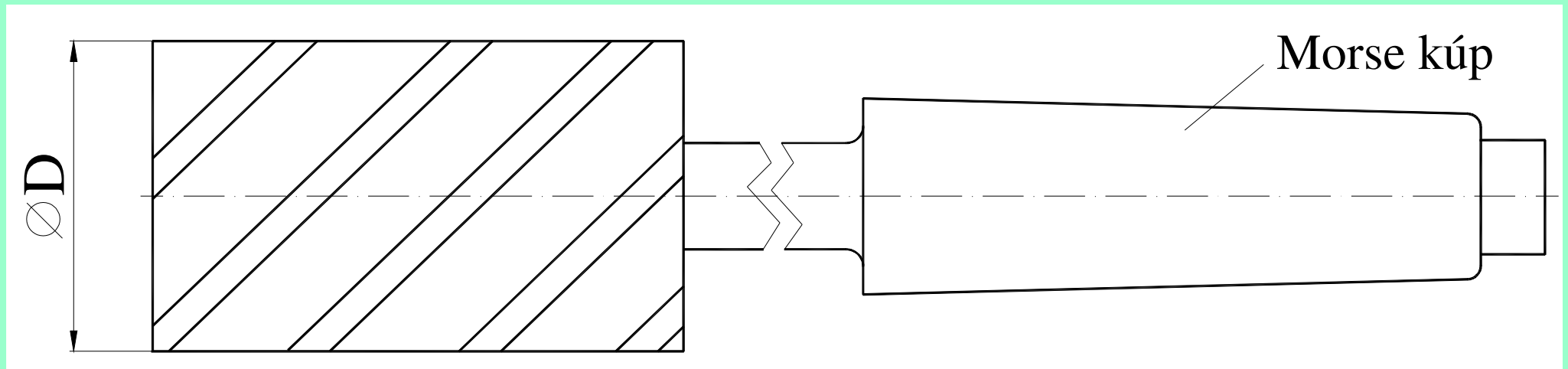
Hátfelület kialakítása parabola alakú fogalak esetén (III. Fogalak)

– Száras kivitelű palástmaró (keskeny felületek megmunkálásához) a 4.16. ábrán látható.

$$D = 16 \div 63 \text{ mm,}$$

$$\lambda_s = 40^\circ$$

$$\gamma = 15^\circ \div 20^\circ, \alpha = 8^\circ \div 10^\circ$$



4.16. ábra

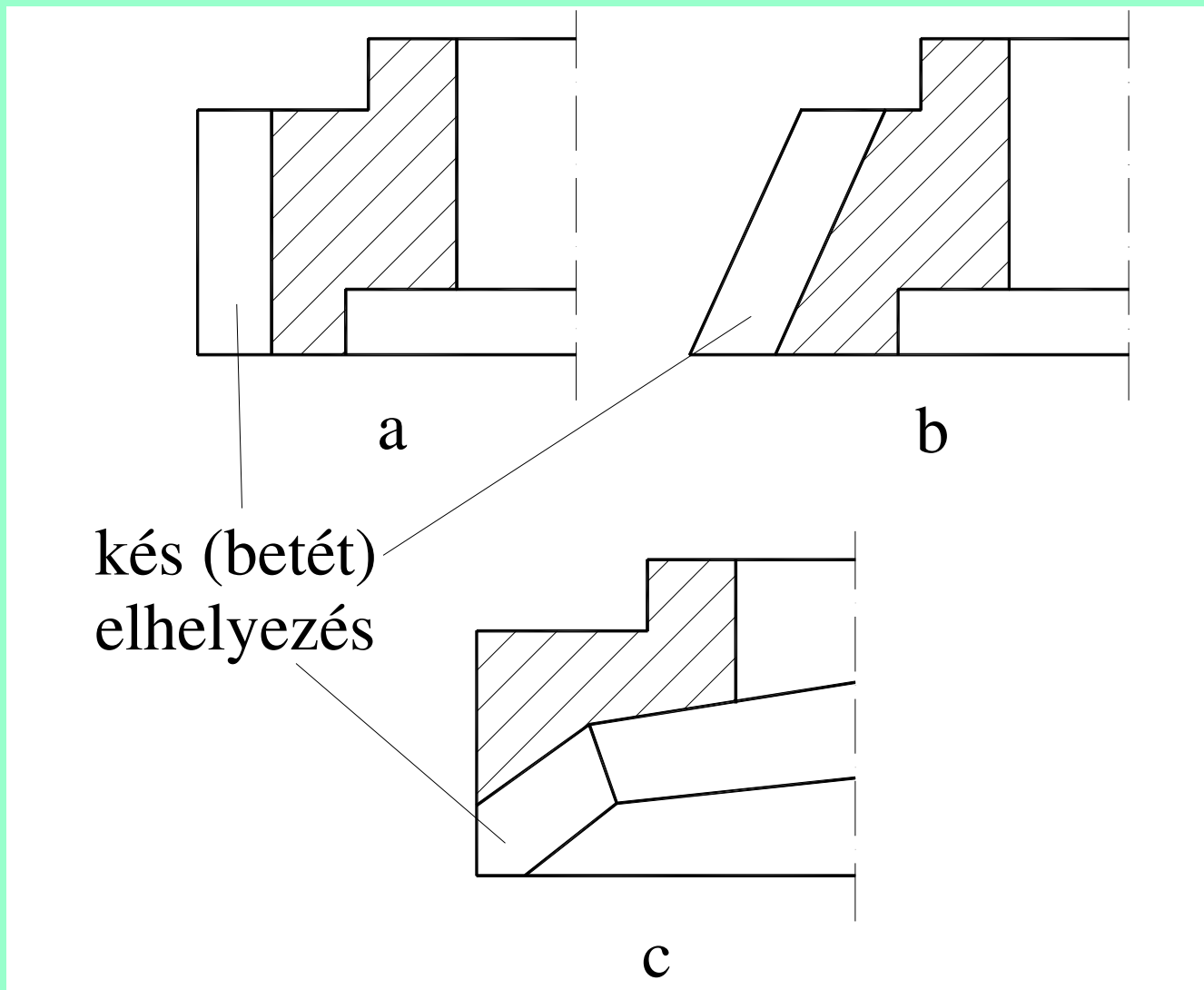
Száras kivitelű palástmaró

Szerelt kivitelű

$D \geq 75$ mm takarék kivitel.

Marófejek: (homlokmarók) (4.17. ábra)

- $D = 80 \div 450$ mm,
- felfogó belső hengeres felület $D = 80 \div 250$ mm,
belső meredek kúp $D = 125 - 450$ mm,
külső ill. peremen $D \geq 160$ mm,
- gyorsacél betéttel,
különféle mechanikus rögzítéssel,
különféle betétkés,
- kés elhelyezés szerint: (a, b, c,).



4.17. ábra

Betétkéses marófejek

- a) tengelyirányú késelrendezés*
- b) külső kúpos késelrendezés*
- c) sugárirányú késelrendezés*

Az átmérőt a marási szélesség arányában választjuk meg:

$$\frac{D}{b_w} \text{ - célszerű érték (általában } > 1,1)$$

A fogszámot több szempont alapján határozhatjuk meg:

$\psi = 2 \dots 3$ között legyen (kapcsolási szám)

A maró fogszáma a kapcsolási szám alapján:

$$z = \frac{D \cdot \psi \cdot \pi}{i} \tag{4.16}$$

A maró fogszáma a forgácsoló teljesítmény alapján:

$$z = \frac{\eta_{\ddot{o}} \cdot P_c \cdot 60 \cdot 10^6}{k_c \cdot b_w \cdot a_p \cdot f_z \cdot n} \quad (4.17)$$

ahol:

n – a maró fordulatszáma

P_c – forgácsleválasztáshoz szükséges teljesítmény

f_z – egy fogra eső előtolás

a_p – fogásmélység

b_w – a munkadarab szélessége

k_c – fajlagos főforgácsolóerő

$\eta_{\ddot{o}}$ – hatásfok

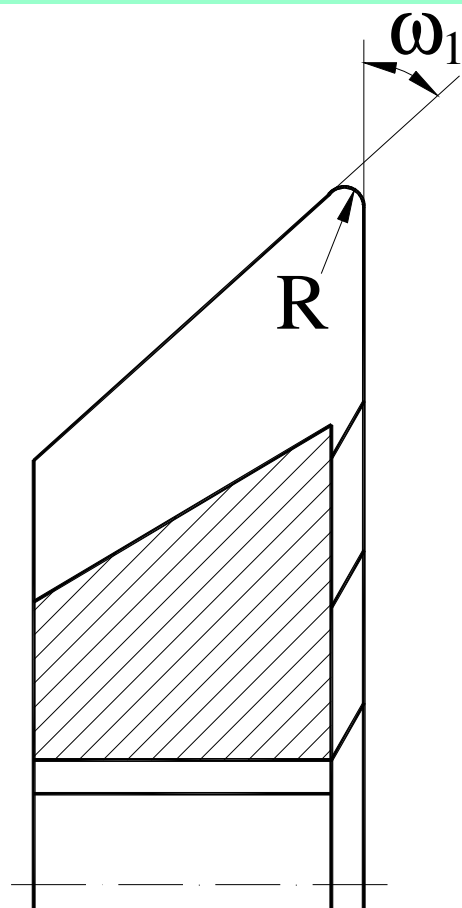
A maró fogszáma tapasztalat alapján:

$$z = 0.04D \quad \text{ha } D < 200 \text{ [mm]}$$

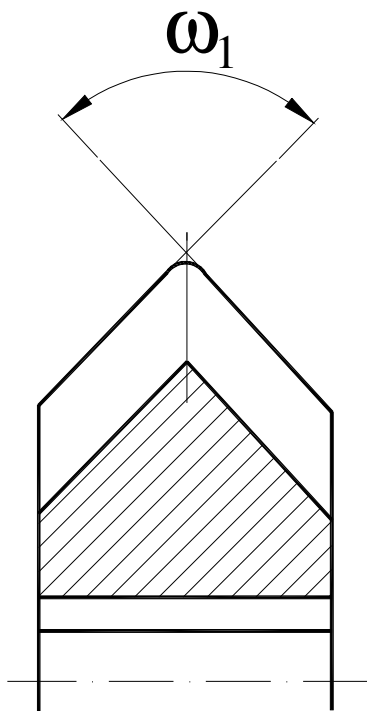
$$z = 0.04D - 2 \quad \text{ha } D > 200 \text{ [mm]}$$

Hasonlóképpen járunk el az:

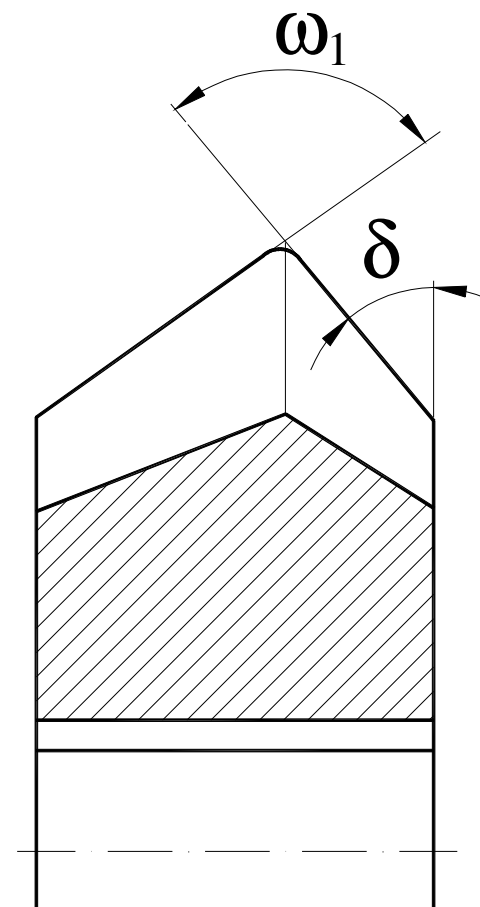
- ujjmaró,
- hosszlyukmaró,
- tárcsamaró (homlokélük is lehet),
- idommarók,
 - hornyok, csatornák megmunkálásához,
 - mart vagy hátraesztergált hátfelülettel,
- szögmarók (4.18. ábra),
- T-horonymarók,
- íves reteszhoronymarók esetében is.



a) egyoldalas



b) kétoldalas
szimmetrikus



c) kétoldalas
asszimmetrikus

4.18. ábra

Szögmarók

4.4.2. A hátraesztergált marók tervezése

Alakos felületek nagypontosságú megmunkálásához csak olyan szerszámok használhatók, amelyeknek szelvénye újraélezéskor nem változik. Erre a célra a hátraesztergáltfogú marók felelnek meg.

A hátraesztergált marók olyan forgácsoló szerszámok, amelyeknek fogai a paláston úgy vannak kiképezve, hogy egyrészt radiális irányban mindig a kívánt profilt adják, másrészt a maró fogainak hátfelülete a munkadarabon forgácsolás közben nem súrlódik.

Ezt a feltételt több geometriai görbe is kielégíti, de a görbék vizsgálata szükséges a gyárthatóság és a profiltorzulás meghatározása szempontjából is.

A hátraesztergált marók tervezése ***drága, speciális szerszám gép kell hozzá***, ugyanakkor követelmény az, hogy :

- csak **homlokfelület** mentén élezünk,
- **profilállandóságot** biztosítsuk,
- **minimális hátszögváltozás** legyen.

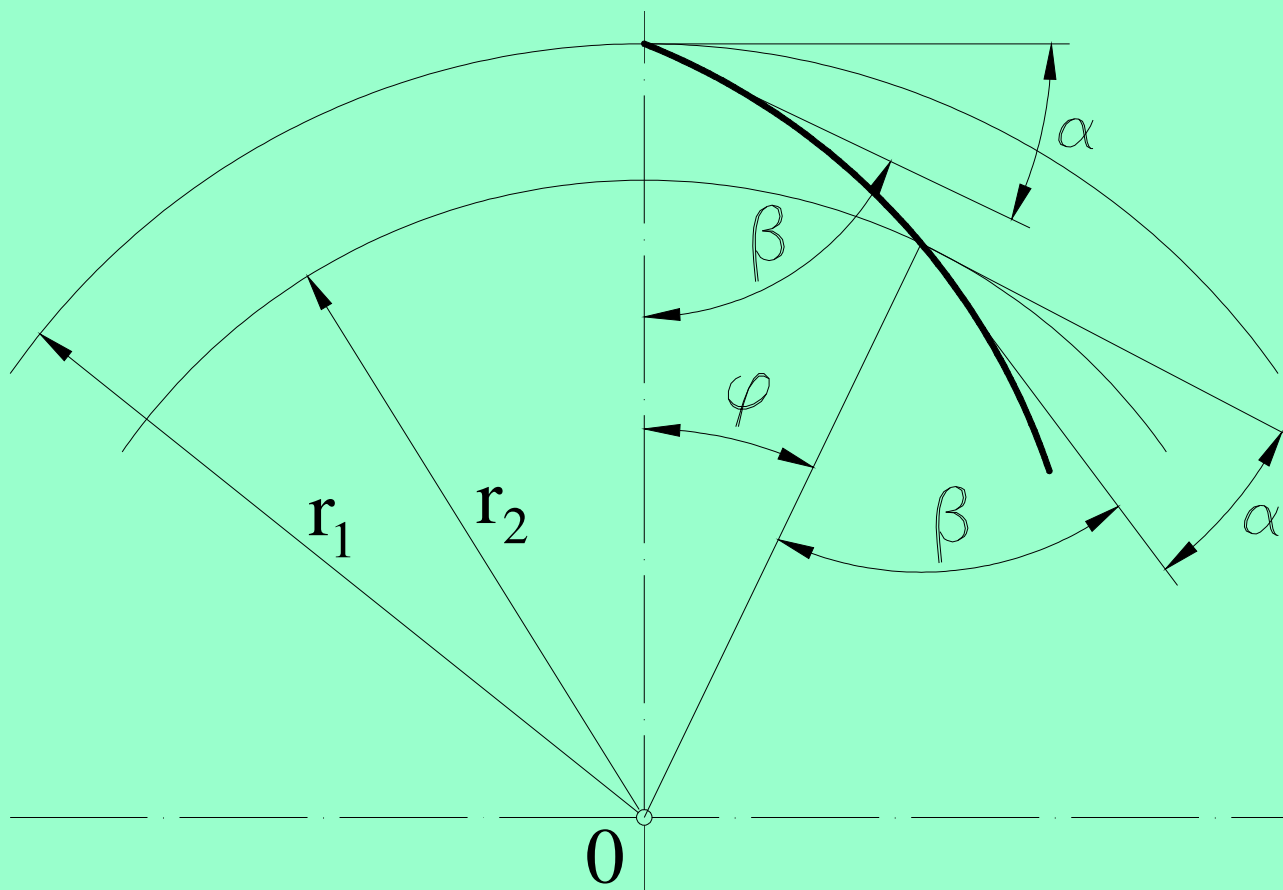
4.4.2.1 A hátraesztergálási görbe megválasztása

Hátraesztergálási görbének nevezik a maró fogainak hátfelületét, amelyet az előbbi követelmény kielégítése érdekében munkálnak a szerszámra. A hátraesztergálási görbének biztosítani kell az alábbi feltételeket:

- a hátraesztergált fogak bármely helyén a tengelymetszetben mindig torzítás nélküli profil adódjék,
- a profil magassága sugárirányban a hátraesztergálási görbe mentén állandó maradjon,

- a maró fogainak α hátszöge ugyancsak állandó legyen végig a hátraesztergálási görbe mentén,
- a hátraesztergálási görbét a maró tengelyére merőleges metszetben kell vizsgálni. A hátraesztergálás mértéke az előbbi metszetben mérhető sugárirányú méretváltozás,
- a fentiek alapján a hátraesztergálást úgy kell végezni, hogy az α hátszög értéke állandó legyen a hátraesztergálási görbe mentén. A szerszám hátszöge állandó, ha a hátraesztergálás tetszőszerinti pontjában a görbéhez rajzolt érintő és a sugár által bezárt β szög állandó (4.19. ábra),
- ezt a feltételt a logaritmikus spirális elégíti ki.

A logaritmikus spirális jellemzői:



4.19. ábra

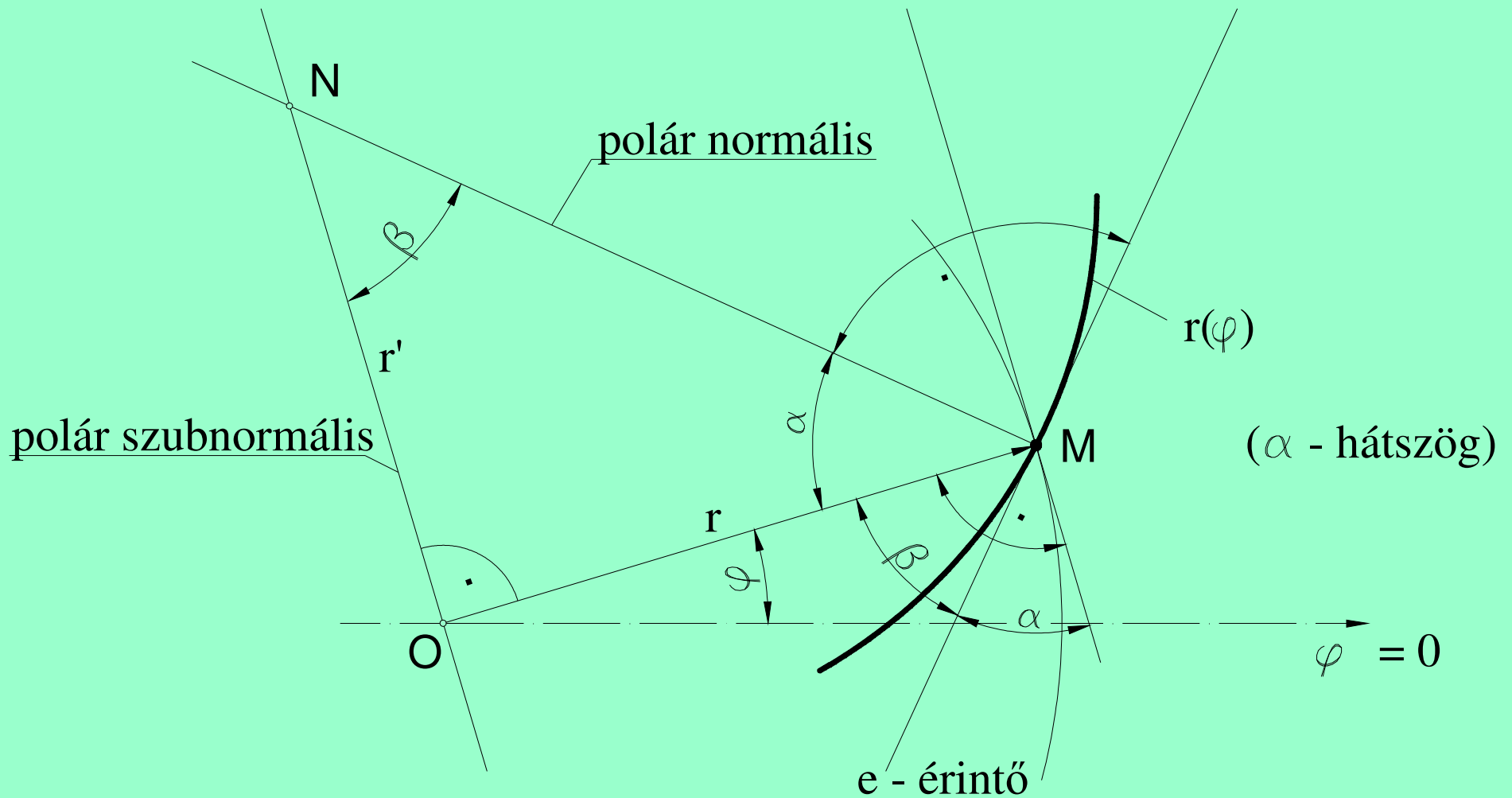
Logaritmikus spirális

Az előbb felsorolt követelmények kielégítése érdekében megszabott feltételek mellett keressük azt a görbét, amelynél a tetszőleges pontban húzott érintő állandó szöget zár be a sugárral.

A hátraesztergáló gép szerkezetéből adódik, hogy a kívánt alakot polárkoordináta rendszerben munkálja meg, azaz bizonyos szögelforduláshoz bizonyos sugárirányú elmozdulás tartozik, tehát a görbe egyenletét polárkoordinátás alakban célszerű képezni. Vagyis a görbe polárkoordinátás általános alakja $r = f(\varphi)$ függvényként van megadva, ahol az r a függő változó, akkor az 4.20. ábra szerint a szükséges egyenletek meghatározhatók.

Ha a görbén kijelölünk egy tetszőleges M pontot és ehhez a ponthoz megrajzoljuk az O pontból az \underline{r} rádiuszvektort, továbbá az M pontban a görbe érintőjét megszerkesztjük, akkor a kapott két egyenes egymással β szöget zár be.

Ezután az M ponton át megszerkesztjük a polár normálist, mely az M pont érintőjére merőleges. Az O pontban az \underline{r} rádiuszvektorra emelt merőleges a poláris szubnormális. A polárnormális és a poláris szubnormális N pontban metszik egymást és az általuk bezárt szög β -val egyenlő.



4.20. ábra

Logaritmikus spirális geometriai kialakítása

Az OMN derékszögű háromszögből a β szög meghatározható:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\overline{OM}}{\overline{ON}}, \text{ ahol}$$

\overline{OM} = r rádiuszvektor (vezérsugár)

\overline{ON} = $r' = \frac{dr}{d\varphi}$ a poláris szubnormális

visszahelyettesítve

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{r}{\frac{dr}{d\varphi}} \quad (4.18)$$

Ha a 4.20. ábra szerint az O pontból $OM = r$ rádiuszvektorral, mint sugárral körívet rajzolunk és ehhez a körívhez az M ponton át érintőt húzunk, úgy az $r = f(\varphi)$ görbe érintője és a kör érintője egymással α szöget zár be. A kör érintő merőleges rádiuszvektorra és párhuzamos a poláris szubnormálissal.

A 4.20. ábra szerint:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \text{ innen}$$

$\beta = 90^\circ - \alpha$; így felírható, hogy:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} (90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (4.19)$$

A (4.18) egyenletbe behelyettesítve az (4.19) egyenletet

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{r}{\frac{dr}{d\varphi}} \text{ és rendezve:}$$
$$d\varphi \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{dr}{r} \quad (4.20)$$

Az előírt feltételek szerint a görbe valamennyi pontjánál az $\alpha =$ állandónak kell lennie, így a $\operatorname{tg} \alpha$ is állandó lesz. Ha bevezetjük egyszerűsítés végett a $\operatorname{tg} \alpha = m =$ állandót és a (4.20) egyenletbe behelyettesítünk, kapjuk:

$$d\varphi m = \frac{dr}{r} \quad (4.21)$$

Ezután mindkét oldalon integráljuk

$$m \int d\varphi = \int \frac{dr}{r}$$

$$m \varphi + c = \ln r$$

r-re rendezve

$$r = e^{m\varphi} \cdot e^c \quad (4.22)$$

Ha $c = \text{konstans}$, akkor e^c is konstans. Így bevezetve az $e^c = a = \text{konstans}$, tehát a végeredményben a keresett görbe

$$r = a \cdot e^{m\varphi} \quad (4.23)$$

Ami nem más, mint a logaritmikus spirális poláris egyenlete ahol:

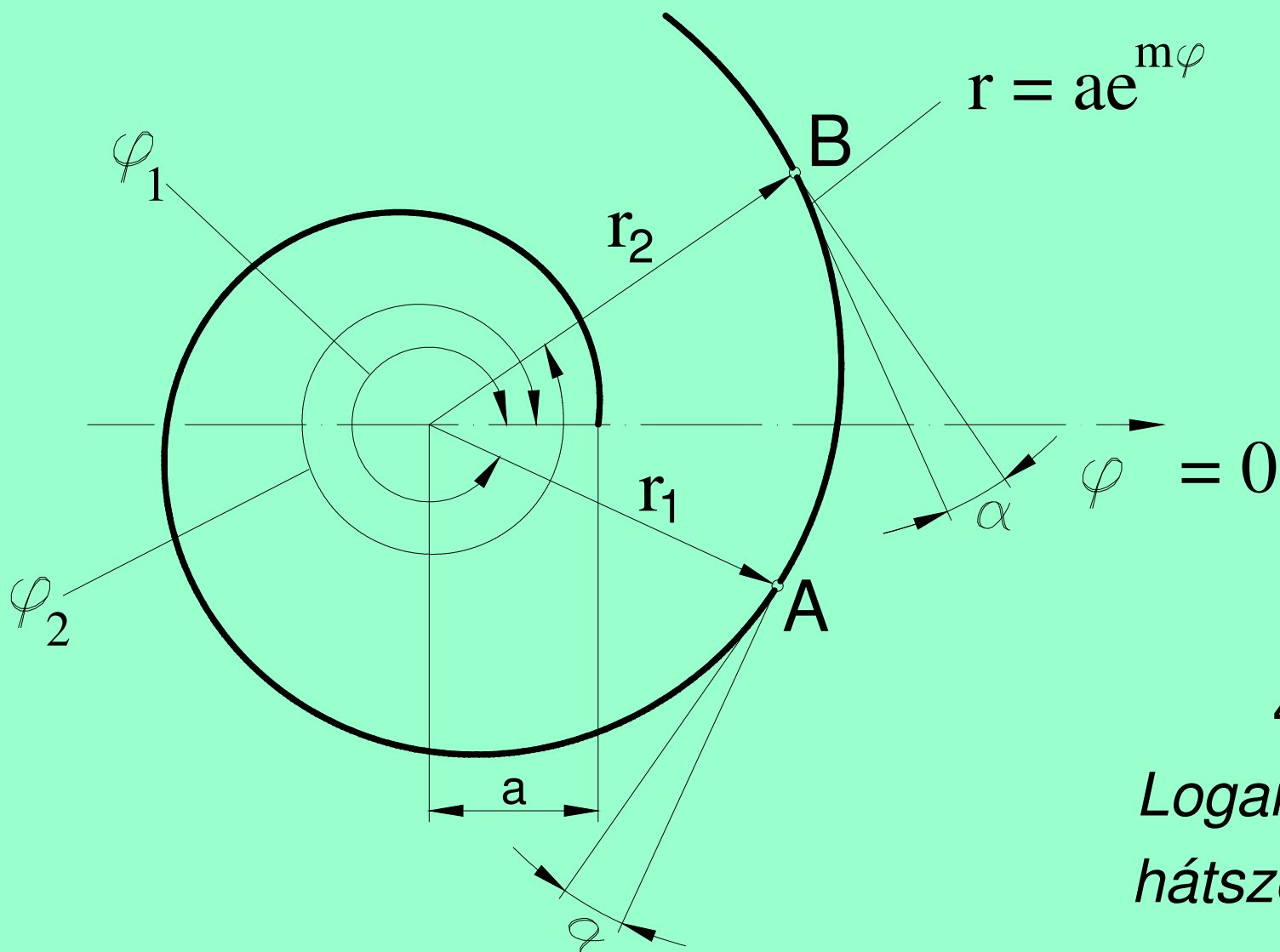
r – a rádiuszvektor

a – konstans (ha $\varphi = 0$, akkor $r = a$)

m – konstans kitevő ($m = \text{tg } \alpha$)

α – a görbén lévő egy tetszőleges ponton át húzott rádiuszvektor és a polártengely által bezárt szög, – a görbe érintője és a rádiuszvektorra merőleges egyenes által bezárt konstans szög (hátszög).

Polárkoordináta rendszerben a (4.23) egyenlet alapján megszerkesztett görbét mutat az 4.21. ábra, amely a logaritmikus spirális görbéje.



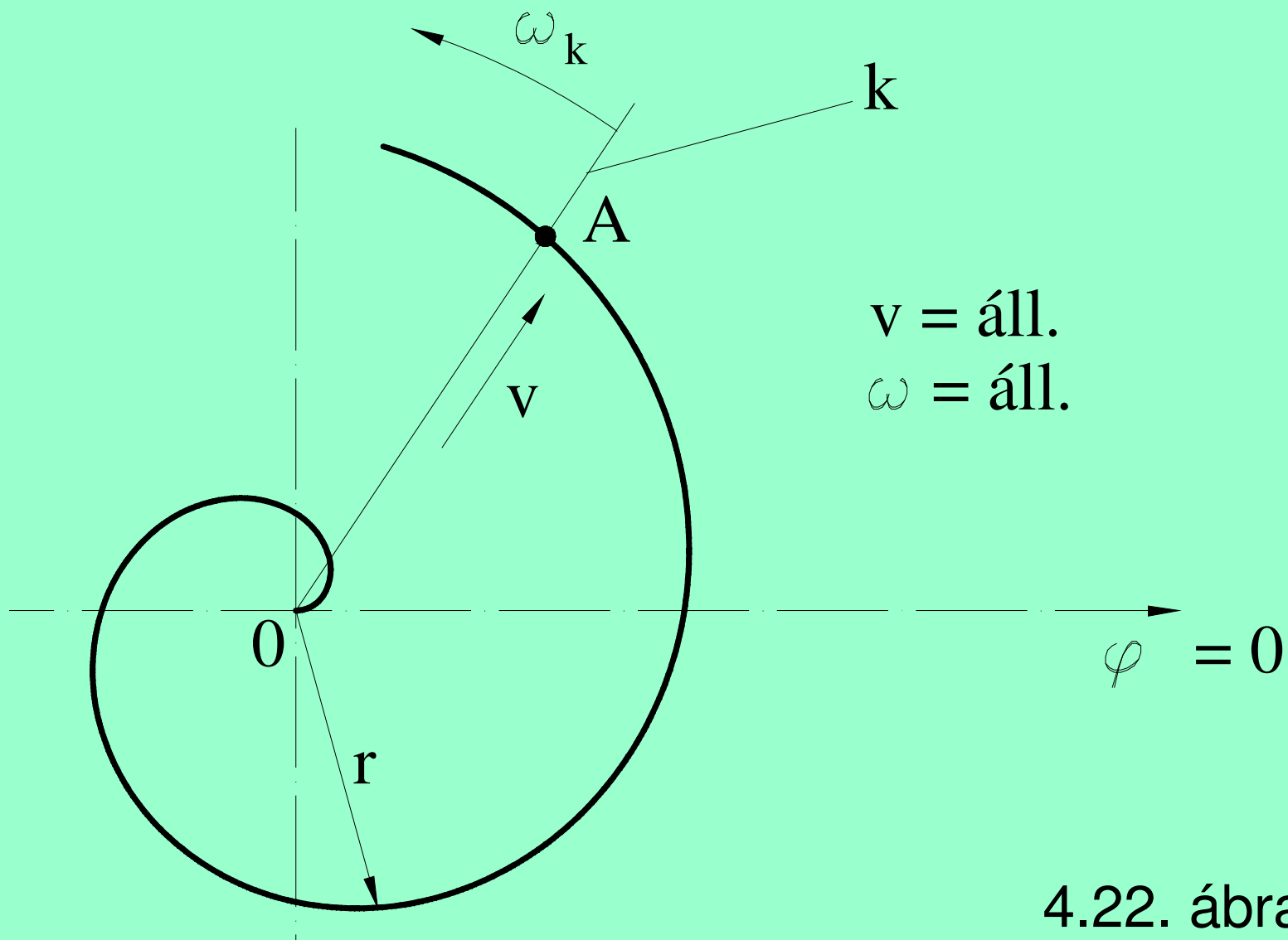
4.21. ábra
*Logaritmikus spirális
hátszög értelmezése*

A 4.21. ábrán látható a görbén tetszés szerinti helyen felvett A és B pontok és a pontokhoz tartozó középponti szögek – az ábrán φ_1 és φ_2 –vel jelezve – valamint az ezekhez tartozó r_1 és r_2 rádiuszvektorok. Az A és B pontokban a görbéhez húzott érintő, valamint az ezekhez tartozó r_1 és r_2 rádiuszvektorokra emelt merőleges egyenesek α szöget zárnak be.

Tehát teljesítik az előírt feltételeket, amennyiben a görbe mentén az α hátszög állandó. A logaritmikus spirális bár elméletileg teljesíti a hátszög kialakításához szükséges követelményeket, gyakorlatilag mégsem használják, mert gyártása csak különleges másolási eljárással lehetséges és ez nagyon költségessé tenné a szerszámot.

Gyakorlatban a hátraesztergált marók hátlapját archimédesi spirális szerint képezik ki, bár az archimédesi görbe mentén az α hátszög matematikailag változik, de egy marófog középponti szögének megfelelő ívdarabon az α hátszög változása annyira kicsi, hogy gyakorlatilag elhanyagolható.

Az archimédesi spirális jellemzői



$v = \text{áll.}$
 $\omega = \text{áll.}$

4.22. ábra

Archimédesi spirális származtatása

Az archimédesi spirális görbéje úgy származtatható, hogy egy O pont körül $\omega =$ állandó szögsebességgel egy olyan k félegyenes forog, amelyen egy A pont $v =$ állandóval halad, melyet a 4.22. ábrával szemléltetünk. Ha az A pont haladási sebessége állandó, továbbá a szögsebesség is állandó, akkor a hányadosuk is állandó, amelyet a -val jelölünk.

$$\frac{v}{\omega} = a \quad (4.24)$$

Az előírt feltételek mellett mozgó A pont legyen a $t_0 = 0$ idő pillanatban a polártengely O pólusában. Egy dt elemi idő elteltével a v haladó mozgás következtében az A pont dx elemi utat tesz meg, melynek egyenletben megadott alakja

$$dx = v \cdot dt \quad (4.25)$$

Ugyanezen dt elemi idő alatt az egyeletes ω szögsebesség a k félegyenesen $d\varphi$ elemi középponti szögelfordulást eredményez, amelynek egyenlete:

$$d\varphi = \omega \cdot dt \quad (4.26)$$

Ha a (4.24) egyenlet szerint a $\frac{v}{\omega} = a$, akkor írható, hogy:

$$\frac{v \cdot dt}{\omega \cdot dt} = a = \frac{dx}{d\varphi}$$

rendezve és egyszerűsítve:

$$dx = a d\varphi \quad (4.27)$$

A (4.27) egyenletet integrálva, továbbá a kikötés szerint $t_0 = 0$ pillanatban $x_0 = 0$ és $\varphi_0 = 0$ -val egyenlő helyettesítéssel:

$$\int dx = a \int d\varphi$$

$$x = a \varphi$$

Mivel a k félegyenesen a v sebesség hozza létre a sugárirányú elmozdulást, x helyébe r írható. Így végeredményben az archimédesi spirális polárkoordinátás egyenlete 4.23 ábra alapján felírható

$$r = a \cdot \varphi$$

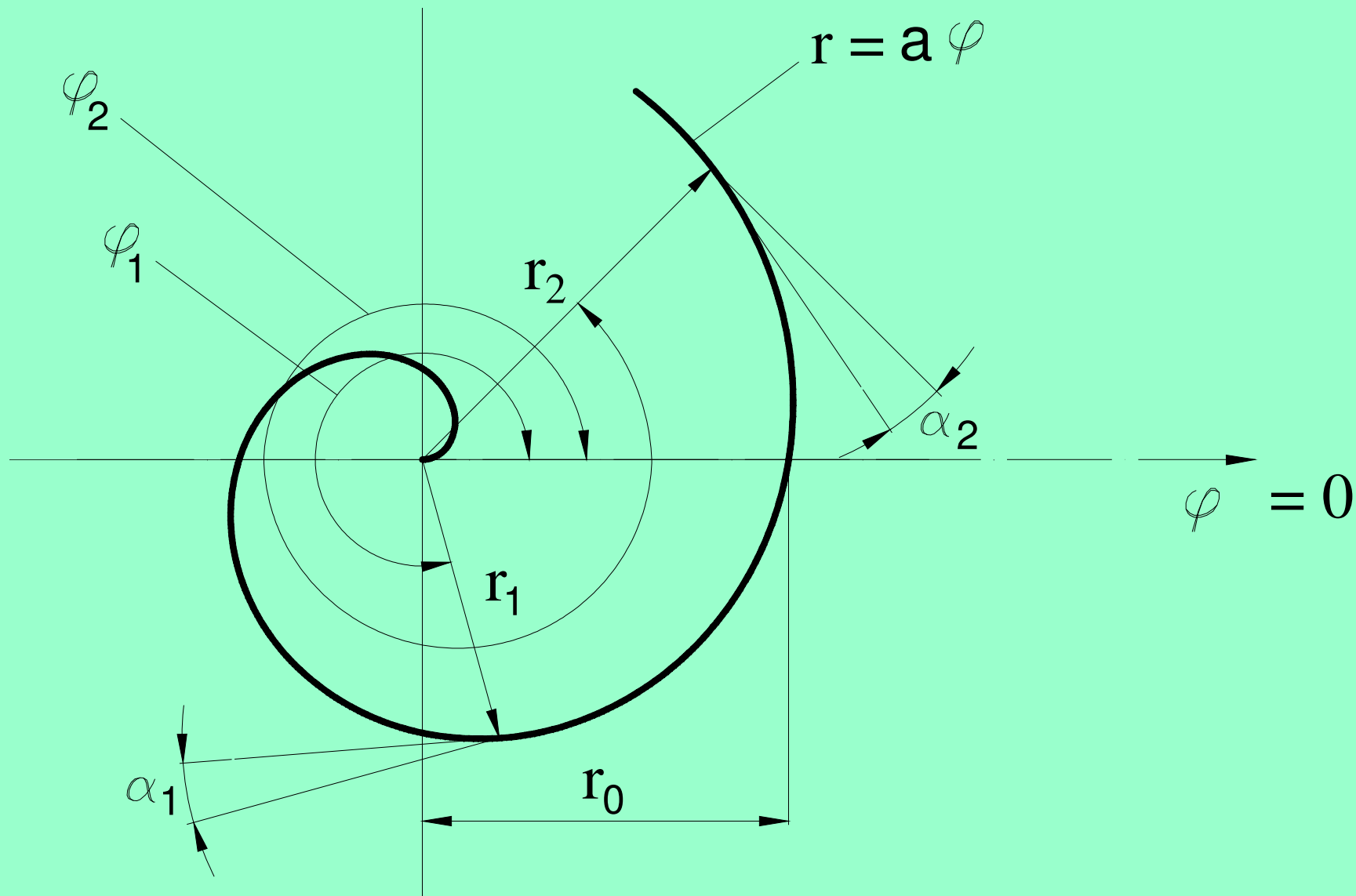
(4.28)

ahol:

r_1 és r_2 – rádiuszvektorok

$\varphi_1; \varphi_2$ – a középponti szög radiánokban

a – együttható, mely az r_0 -tól függ és $a = \frac{r_0}{2\pi}$



4.23. ábra
Archimédesi spirális polárkoordinátái

Az α hátszög az 4.20. ábrából meghatározható.

Az OMN derékszögű háromszögre felírható:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{ON}}{\overline{OM}} \quad (4.29)$$

ahol: $\overline{OM} = r$ rádiuszvektorral

viszont az $r = a \cdot \varphi$.

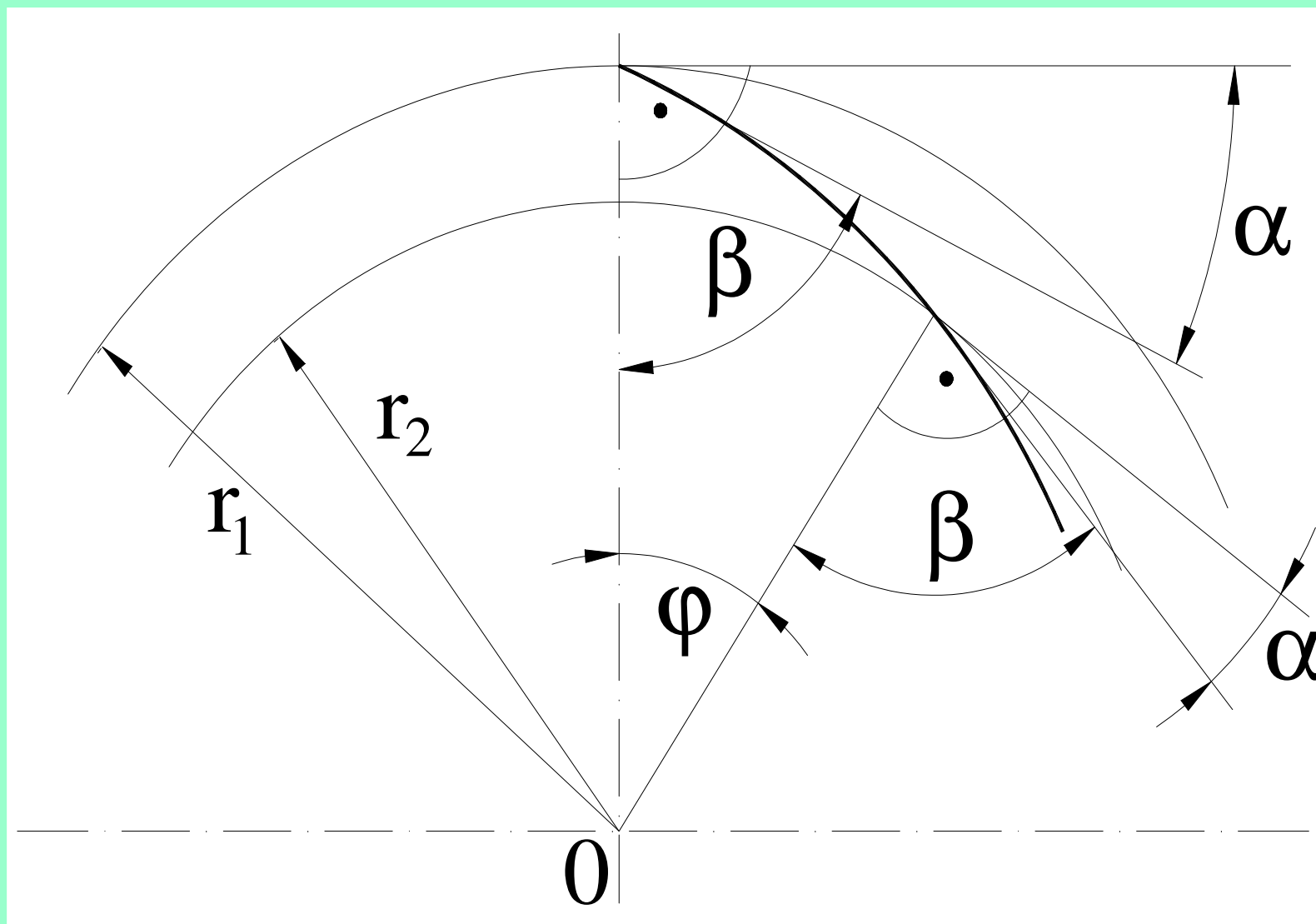
Az $\overline{ON} = \frac{dr}{d\varphi} = r'$ polár szubnormálissal.

Visszahelyettesítve a (4.29) egyenletbe:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r'}{r} = \frac{(a\varphi)'}{a\varphi} = \frac{1}{\varphi}. \quad (4.30)$$

tehát

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\varphi}.$$



4.24. ábra *Hátraesztérgálási görbe*

4.4.2.2. A hátraesztergálás mértékének meghatározása

Az archimedesi spirális esetében a hátraesztergálás mértékét úgy kell megválasztani, hogy a munkadarab és a szerszám anyagminőségéhez szükséges hátszög forgácsolás szempontjából megfelelő értékű legyen.

A 4.25. ábra szerint írható a következő összefüggés:

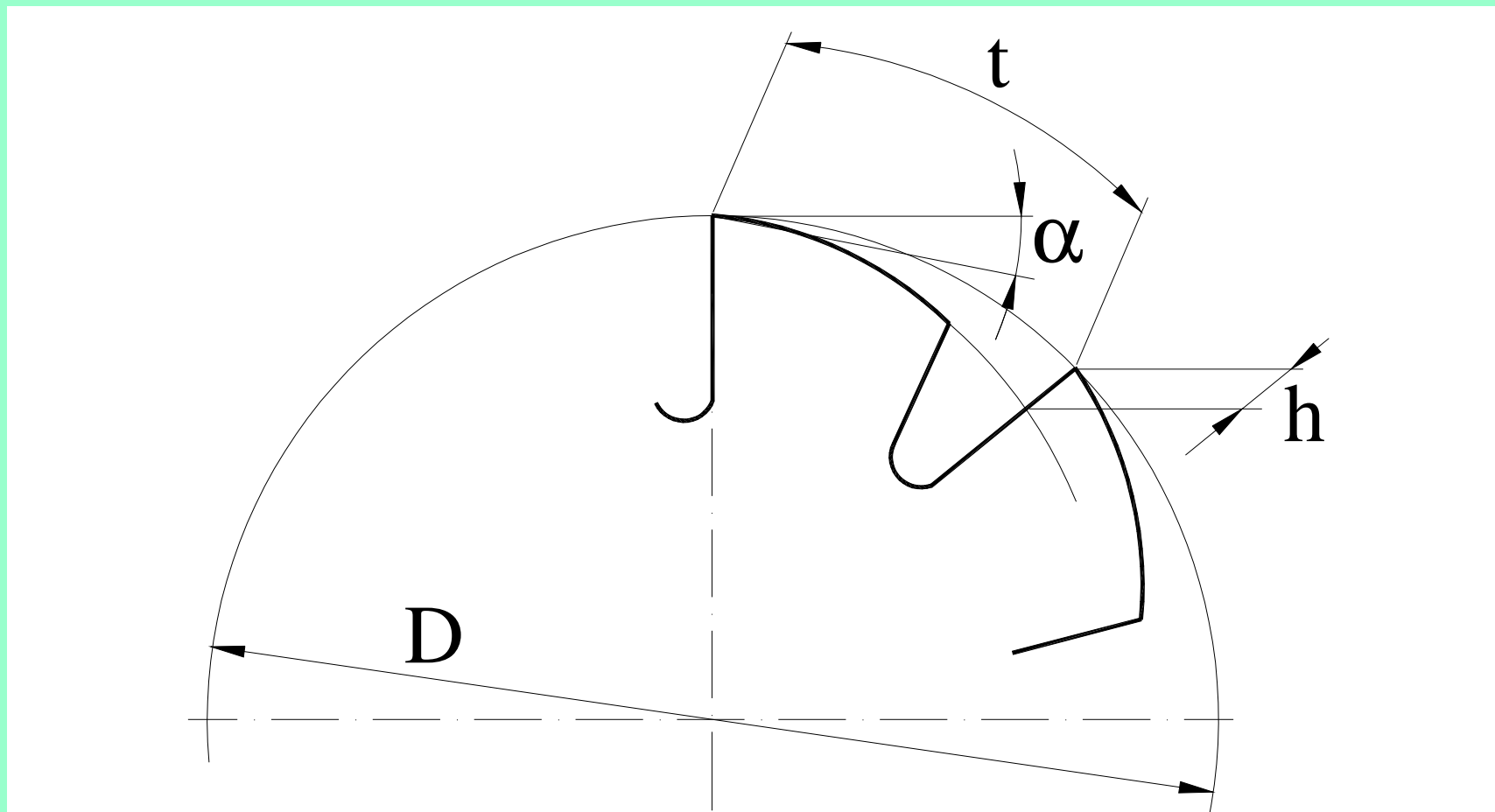
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{t} \quad \Rightarrow \quad h = t \cdot \operatorname{tg} \alpha , \quad (4.31)$$

a t – fogosztás:

$$t = \frac{D\pi}{z} \quad (4.32)$$

visszahelyettesítve:

$$h = \frac{D\pi}{z} \operatorname{tg} \alpha \quad (4.33)$$



4.25. ábra

A hátramunkálás értelmezése

4.4.2.3. A hátraesztergálás további jellemzői

A hátraesztergált marók hátfelületeit ún. hátraesztergán lehet elkészíteni. A hátraeszterga a nem körkeresztmetszetű munkarabok megmunkálására készített szerszámgép.

A munkadarab szögelfordulása egyenletes, míg a sugárirányú szerszámmozgás a vezérlőtárcsa alakjának függvénye.

A 4.26. ábra a hátraesztergálás elvi vázlatát mutatja, ahol a főmozgást a munkadarab, a mellékmozgásokat a szerszám végzi. A befogott munkadarab n fordulata és a szánt keresztirányba mozgó vezértárcsa n' fordulat között kényszerkapcsolat van.

A hátraesztergálással beszúró jellegű előtolással tárcsa alakú marók, vagy fogásonként tengelyirányú előtolással hátraesztergált alakos palástmarók készíthetők. Ez utóbbiaknál készülhet egyenes, vagy ferdefogú kivitelben.

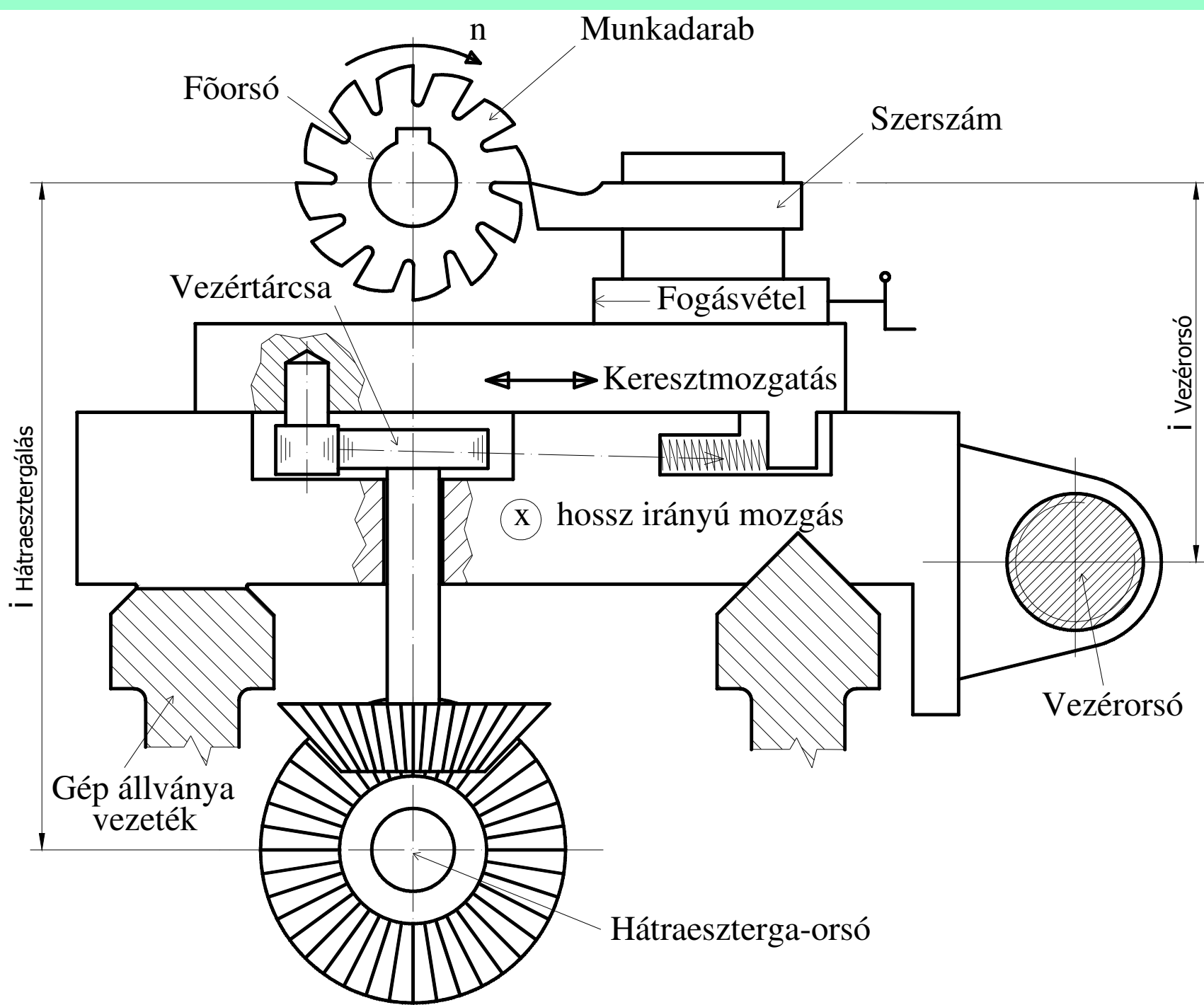
A hátraesztergáláskor a főorsó egy fordulata alatt annyiszor kell a szánnak kettős mozgást végeznie, ahány fogszáma van a készítendő munkadarabnak. A szán és az abba befogott kés kettős mozgása miatt a fordulatszámot felemelni csak korlátozottan lehet (tehetetlenségi erők). Ez az oka annak, hogy a hátraesztergálást kis fordulattal végzik. A kis fordulat kis forgácsolási sebességet és egyúttal kisebb forgácsfeljesítményt is eredményez.

A hátraesztergakéstől elsősorban jó alak- és éltartósságot, nagy hőállóságot követelünk meg.

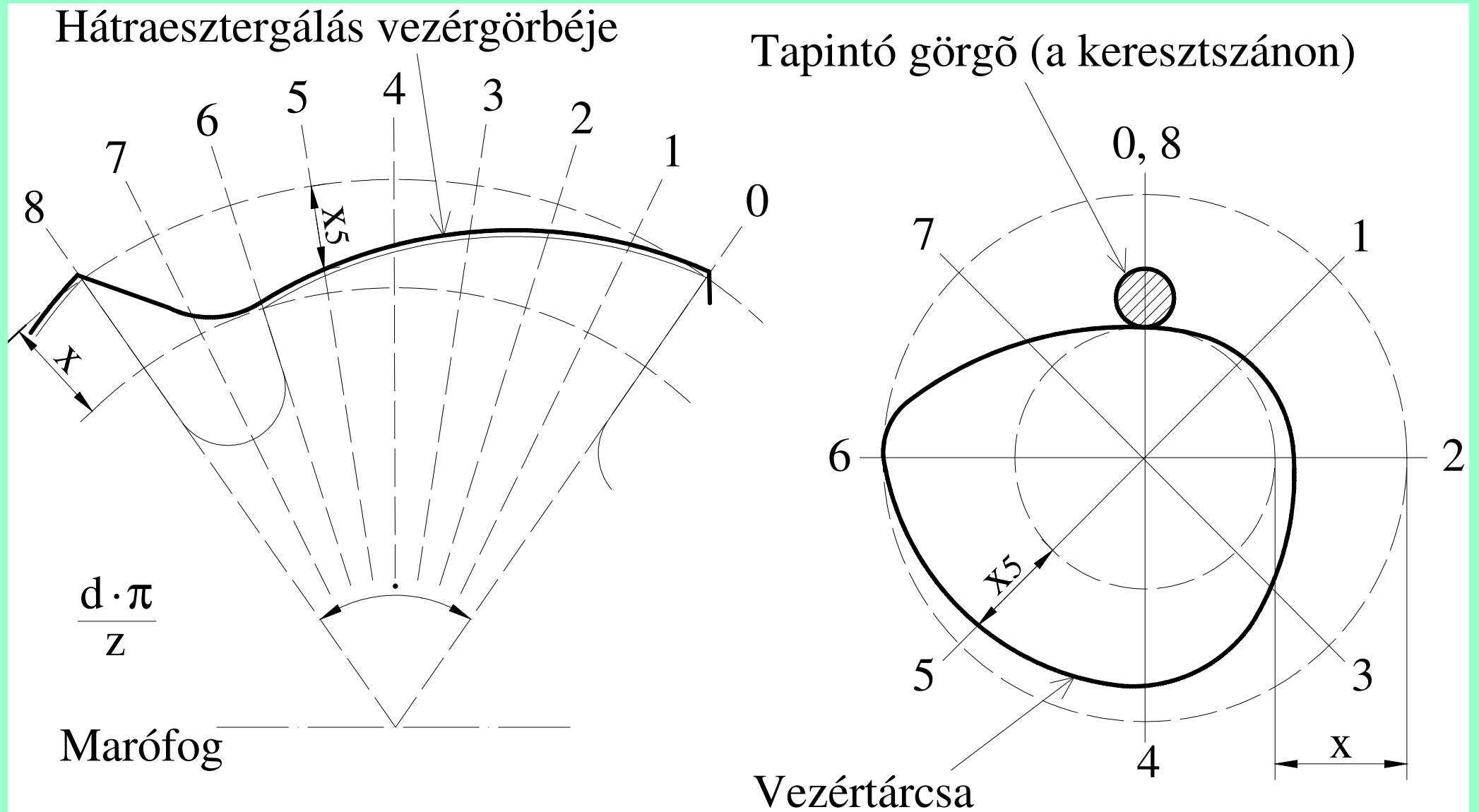
A hátraesztergáláshoz használt vezérlőtárcsát úgy szokták elkészíteni, hogy a vezérlőtárcsa egy fordulat alatt a munkadarab egy fogához szükséges késmozgásokat vezérelje. Ez azt jelenti, hogy az egy foghoz szükséges hátraesztergálási görbe a vezérlőtárcsa teljes kerületét elfoglalja (4.27. ábra).

A vezérlőtárcsa elkészítése szempontjából ez előnyös, mert elkészítése könnyebbé és egyszerűbbé válik. A hátraesztergakés mozgásánál az egyes mozgás, illetve sebességváltozások helyei pontosabban betarthatók a vezérlőtárcsa kerületén.

A vezérlőtárcsa a hátraesztergálást szabályozó vezérgörbe szakasz kezdő és végpontja között átmeneti görbét készít.



4.26. ábra *Hátraesztergálás elvi vázlata*



4.27. ábra

Vezérlőtárcsa profilja a hátraesztergáláshoz

4.4.2.4. A hátraesztergált marók profiltorzulása

A hátraesztergált maróknál is az optimális teljesítmény, élettartam és a kívánt felületi érdesség elérése miatt a homlokszöveget 0° -nál nagyobbra célszerű kiképezni.

A $\gamma = 0^\circ$ homlokszögű hátraesztergált maró szelvénye megegyezik a készítendő munkadarab szelvényével. Ha a hátraesztergált maró homlokszöge $\gamma > 0^\circ$, akkor a megmunkálandó munkadarab szelvénye a maró szelvényéhez képest torzul.

A maró üzemeltetése során a munkadarab és a szerszám szelvényei közötti eltérést azáltal lehet kiküszöbölni, hogy az alakmarót már eleve torzult profillal készítik el.

A torzult profillal elkészített szerszám helyes szelvényű munkadarabot készít, ha a szerszám homlokszögének függvényében történik a hátraesztergálás körülményeinek meghatározása.

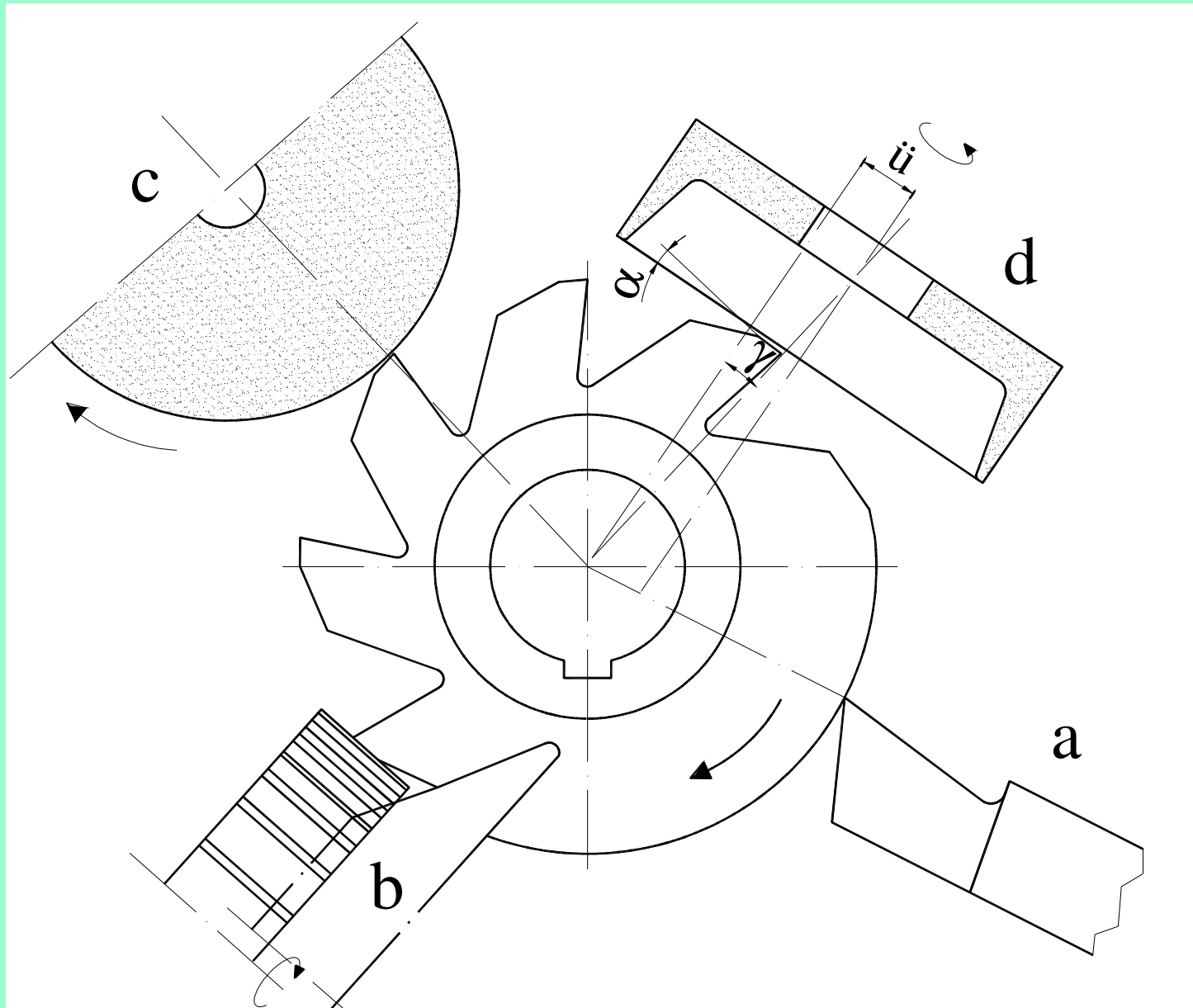
A hátraesztergált marók helyesbítésénél a következő szelvényféleségeket kell egymástól megkülönböztetni.

- a) a munkadarabon megadott szelvény, vagy profil,
- b) a hátraesztergált maró szelvénye (ezen mindig a tengelysíkba eső szelvényt kell érteni),
- c) a marót hátraesztergáló kés homloklap szelvénye,
- d) a marót hátraesztergáló kés tengelyirányú szelvénye.

Ezen a kés felfekvő síkjával párhuzamos síkban lévő, a tengelyén átmenő szelvény értendő. Ha tehát a hátraesztergáló késnél $= 0^\circ$, akkor a hátraesztergáló kés tengelyirányú szelvénye azonos a homloklap szelvénnel.

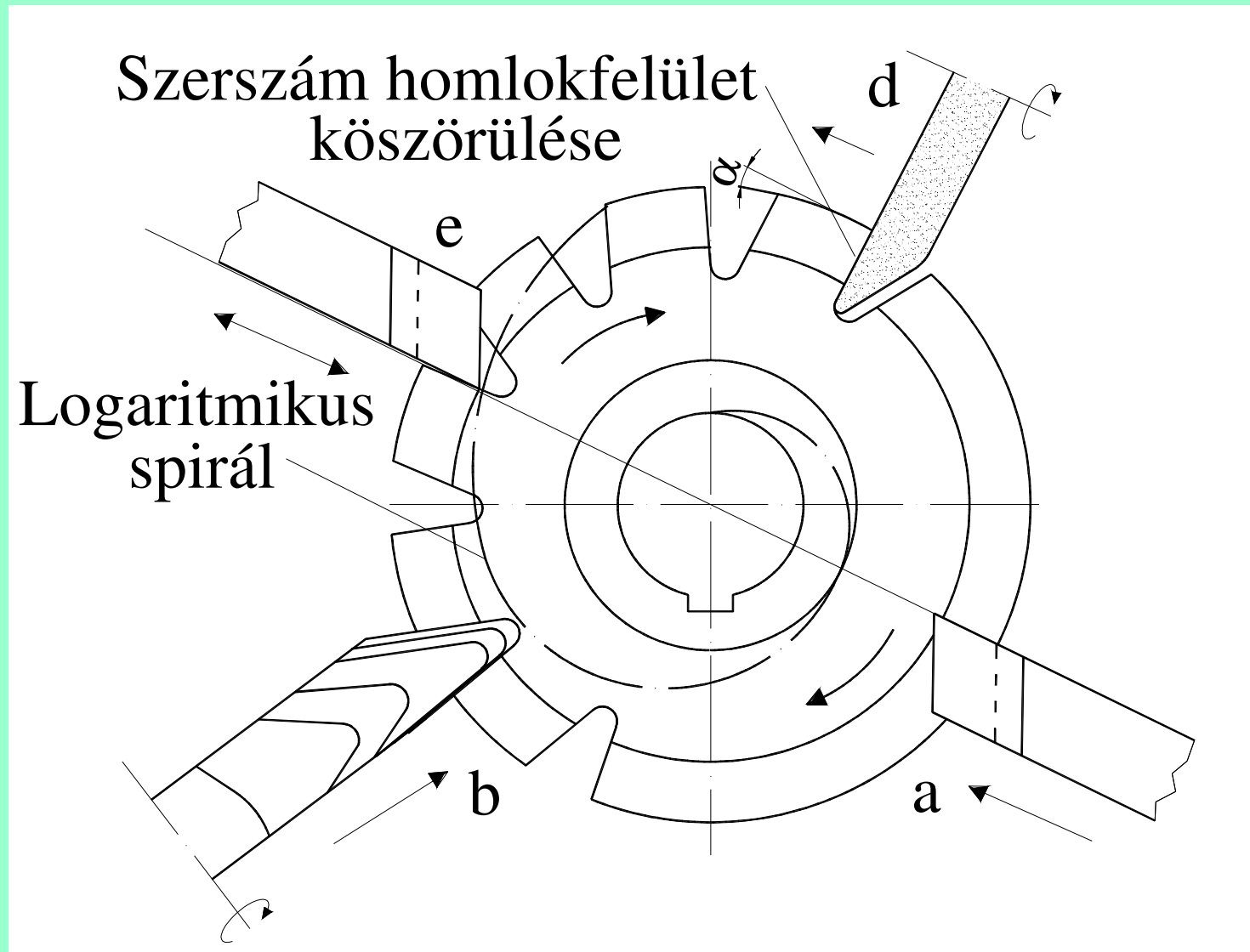
Terjedelmi okokból itt ezzel részletesen nem foglalkozunk, de a [2] irodalom szerint tanulmányozható.

Martfogú marók gyártását mutatja az ábra:



*a) nagyoló esztergálás, b) horonymarás, c) palástköszörülés,
d) hátfelület köszörülés,*

Hátraesztergált marók gyártását mutatja az ábra:



*a) nagyoló esztergálás, b) horonymarás, c) palástköszörülés,
d) hátfelület köszörülés, e) hátraesztergálás*